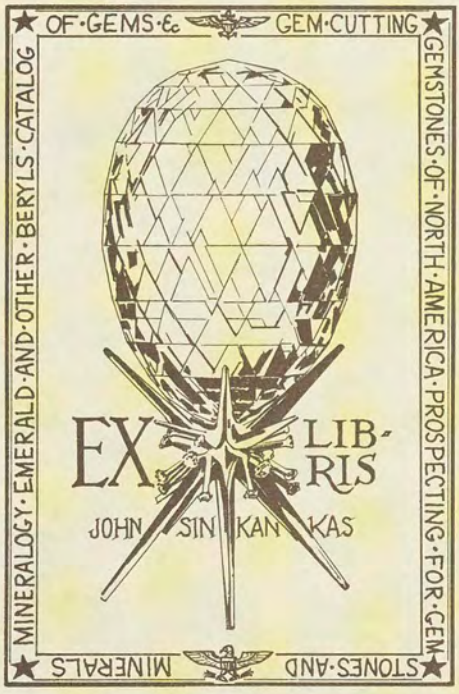
Refraktometrisches Hilfsbuch

Von
Prof. Dr. W. A. Roth und Dr. F. Eisenlohr

5-25 4/21/79
PLB
Cat



04

JSL
RTL 011961

REFRAKTOMETRISCHES HILFSBUCH

VON

DR. W. A. ROTH UND DR. F. EISENLOHR
AUSSERORD. PROFESSOR PRIVATDOZENT
AN DER UNIVERSITÄT GREIFSWALD

MIT 27 FIGUREN, 17 TABELLEN, SOWIE LOGARITHMEN

LEIPZIG
VERLAG VON VEIT & COMP.
1911

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Vorwort.

Das vorliegende Buch soll den organischen Chemikern bei spektrochemischen Arbeiten im sichtbaren Gebiet die Handhabung der Apparate und die Berechnung der Zahlenwerte erleichtern. Auf die wenigen homogenen anorganischen Flüssigkeiten ist nicht eingegangen.

Die zahlreichen, im Buch enthaltenen Tabellen sind zum großen Teil bei den spektrochemischen Arbeiten im hiesigen chemischen Institut entstanden und sind bereits mehrere Semester hindurch als wertvolle Hilfsmittel erprobt worden. Um die gleichzeitige Benutzung der Tabelle von $\log \frac{n^2-1}{n^2+2}$ und der gewöhnlichen Logarithmentafeln zu erleichtern, sind letztere dem Buche in einer Tasche am Einband beigegeben.

Die in Betracht kommenden Apparate glauben wir vollständig behandelt oder, falls sie für den Organiker weniger wichtig sind, wenigstens angeführt zu haben. Die Firmen Heele-Berlin, Hilger-London, Wolz-Bonn und namentlich Zeiss-Jena haben uns zahlreiche Klichees und Tabellen zum Abdruck überlassen, wofür wir ihnen auch an dieser Stelle danken möchten.

Herr cand. phil. Lange unterstützte uns beim Durcharbeiten der Korrekturen, namentlich der Zahlentabellen; für seine gewissenhafte Arbeit sei ihm auch an dieser Stelle gedankt.

Wir hoffen, daß das kleine Buch dazu beitragen wird, die elegante spektrochemische Methode der Konstitutionsbestimmung weiter einzubürgern.

Greifswald, Juli 1911.

W. A. Roth.
F. Eisenlohr.

Inhalt.

Seite

I. Einleitung 1

II. Die Dispersion und ihre Ursache 3
- Anomale Dispersion
- Absorptionsgebiete
- Zusammenhang mit Konstitution

III. Prinzip der Refraktometrie 8
- Streifender Eintritt
- Totalreflexion
- Apparattypen
- Formeln
- Verschiedene Lagen der Spektrallinien

IV. Kleines Refraktometer nach Pulfrich 16
- Beschreibung
- Nonius
- Eichung
- Zahlenbeispiel

V. Neukonstruktion von Zeiss 22
- Detaillierte Beschreibung
- Verschiedene Prismen
- Heizvorrichtung
- Nullpunktskontrolle
- Mikrometermessung

VI. Zahlenbeispiel für das große Pulfrichsche Refraktometer 33

VII. Einfluß der Temperatur auf den Brechungsindex des Prismas 36

Seite

VIII. Heelesches Refraktometer 38
Detaillierte Beschreibung
Zwischenflüssigkeit

IX. Beispiel für das Heelesche Refraktometer 46

X. Andere Refraktometer 47

XI. Differenzprismen und -methoden 49
Doppelprisma nach Zeiss mit Zahlenbeispiel
Doppeltrog nach Heele
Ostwalds Differenzrefraktometer
Hallwachs' Doppeltrog
Löwes Interferometer

XII. Der Heizkörper und seine Anwendung 56

XIII. Lichtquellen 59

XIV. Aufkitten des Trogs auf das Prisma der „Neukonstruktion" 61

XV. Spezifisches Gewicht. Allgemeines 62

XVI. Spezifisches Gewicht. Pyknometer 63
Pyknometerformen
Handhabung
Formel
Eichung; Beispiel
Ausdehnung des Glases

XVII. Bestimmung der Dichte einer Flüssigkeit 71

XVIII. Bestimmung der Dichte bei höherer Temperatur . . . 73

XIX. Änderung der Dichte und der Brechungsindices mit der Temperatur 75
Nachträge zu den Refraktometern 76

XX. Die Entwickelung der Molekularrefraktion und -dispersion 77
Refraktionskonstante; verschiedene Ausdrücke
Molekularrefraktion und -dispersion
Anwendung zur Konstitutionsbestimmung. Atomrefraktionen
Wirkung von Konjugation
Inkremente für Sonderfälle (Dreiring, Vierring, semicyclische Doppelbindung)

XXI. Fehlergrenzen für Dichte und Indices 85
Brechungsindices

Seite

XXII. Fehlergrenzen für Molekularrefraktion und -dispersion 87

XXIII. Zum Gebrauche der Atomrefraktionen (mit Zahlenbeispielen) 87

XXIV. Exaltation und spezifische Exaltation (mit Zahlenbeispielen) 91
Anwendung zur Konstitutionsbestimmung

XXV. Vollständiges Zahlenbeispiel und einige allgemeine praktische Regeln 96

XXVI. Anhang 99
Untersuchung gelöster Körper
Untersuchung fester Körper

Verzeichnis der Tabellen im Text.

Tabelle I. Dispersionswerte einiger Flüssigkeiten $(n_\gamma - n_\alpha)$ 4

„ II. Anomale Dispersion des festen Fuchsins 6

„ III. Dispersion und Eigenschwingung (ausgewählte Flüssigkeiten; ultraviolett bis rot) 7

„ IV. n_D^t von destilliertem Wasser 20

„ V. Temperaturkoeffizienten der Brechungsindices von Pulfrich-Prismen und einigen ausgewählten Flüssigkeiten . . . 37

„ VI. Vollständige Eichtabelle eines Pyknometers 69

„ VII. Dichte des destillierten Wassers von 5,0° bis 30,5°; $\log\left(d^t_{H_2O} - 0{,}0012\right)$ zur Eichung von Pyknometern . . 74

„ VIII. $n_{20°}$ von destilliertem Wasser für die vier Hauptlinien. Temperaturkoeffizienten 86

„ IX. Dasselbe für reines Benzol 86

Verzeichnis der Tabellen außerhalb des Textes.

Tabelle A. Tabelle für das kleine Pulfrichsche Refraktometer zur Berechnung von n_D 104

„ B. Tabelle für das große Refraktometer nach Pulfrich (Zeiss) zur Berechnung von n_C, n_D, n_F und $n_{G'}$ 107

Prisma I^b (IV^b) 107

„ II^b (V^b) 111

„ III^b 115

Seite

Tabelle C. Temperaturkorrektionen für diese drei Prismen; Multipla . 120

„ D. Tabelle für das Heele-Refraktometer zur Berechnung von n_C, n_D, n_F und $n_{G'}$ 123

„ E. Multipla der meistgebrauchten Atomgewichte 127

„ F. Atomrefraktionen 128

„ G. Multipla und Gruppenwerte der wichtigsten Atomrefraktionen 129

„ H. Tabellen von $\log \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2}$ für $n = 1{,}3000$ bis $1{,}7199$ . . . 132

Sachregister 145

Die fünfziffrigen Mantissen zu den dekadischen Logarithmen aller vierziffrigen Zahlen von 1000—9999 mit Proportionalteilen, für beliebige Numeri.

I. Einleitung.

Der Brechungsexponent oder Brechungsindex ist eine unbenannte Zahl, die angibt, in welchem Verhältnisse der Sinus des Einfallswinkels in der Luft zu dem Sinus des Brechungswinkels in der Flüssigkeit (beide vom Lot aus gerechnet) steht: $n = \frac{\sin i}{\sin r}$ (s. Fig. 1). Der Brechungsexponent gibt an, um wieviel schneller sich das Licht in der Luft fortpflanzt, als in der Flüssigkeit. Ist also der Brechungsexponent für Wasser rund 1,333, so heißt das: das Licht legt in Wasser nur $^3/_4$ desjenigen Weges zurück, den es in der gleichen Zeit in Luft durcheilt: $\frac{V_{\text{Luft}}}{V_{H_2O}} = \text{ca. } ^4/_3$. *Brechungsexponent.*

Die Physiker beziehen den Brechungsindex häufig auf das Vakuum, statt auf Luft, sie nennen diesen Ausdruck „den absoluten Brechungsindex". Die „absoluten" Werte sind rund 1,0003 mal so groß, als die auf Luft bezogenen, da der Brechungsindex von Luft von Zimmertemperatur und mittlerem Barometerstand rund 1,0003 ist. Doch sind im folgenden nie die absoluten, sondern stets die auf Luft bezogenen Werte verstanden.

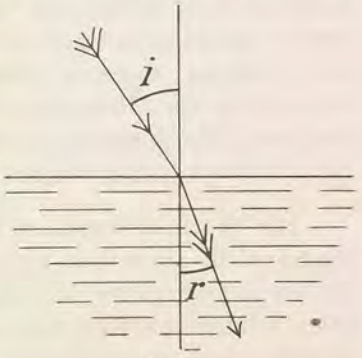


Fig. 1.

Der Brechungsexponent einer Substanz hängt in erster Linie von der Lichtart ab; er ist normalerweise für Rot am kleinsten, für Violett am größten, wenn wir uns auf das sichtbare Gebiet beschränken. Erheblich geringer, aber nicht zu vernachlässigen ist der Einfluß der Temperatur auf den Brechungsexponenten, und zwar nimmt n bei Flüssigkeiten mit steigender Temperatur stets ab. Bei jeder exakten Angabe darf also die Bezeichnung der Lichtart

und der Temperatur nicht fehlen. Man schreibt meist in folgender Form: z. B. $n_D^{17,9°}$ ist für Benzol 1,50200; d. h. für das Licht der gelben Natriumlinie ist der Brechungsexponent des Benzols von 17,9° gegen Luft 1,50200. Für Licht von mittlerer Wellenlänge (gelb bis grün) liegen die Brechungsexponenten von Flüssigkeiten (mit denen wir uns hier zunächst allein beschäftigen) bei gewöhnlicher Temperatur fast durchweg zwischen 1,32 und 1,75; doch sind Werte über 1,65 schon recht selten. Der Spielraum zwischen rund 1,3 und 1,7 scheint, verglichen mit dem der Dichte, der Schmelz- und Kochpunkte, klein zu sein. Da man aber n ohne große Mühe auf wenige Einheiten der vierten, mit etwas Sorgfalt auf einige Einheiten der fünften Dezimale bestimmen kann, und Verunreinigungen oder Konstitutionsänderungen den Wert erheblich beeinflussen, ist die Bestimmung der Brechungsexponenten trotzdem ein ausgezeichnetes Mittel, eine Flüssigkeit zu charakterisieren; ähnlich wie die Bestimmung der Dichte, des Schmelz- oder Siedepunktes oder bei optisch aktiven Körpern des Drehungsvermögens.

n_D^t

Zahlenbereich.

Charakterisierung von Substanzen.

Das hat man schon früh erkannt. Aber die genaue Bestimmung von n ist mit den früher ausschließlich benutzten Spektrometern eine zu unbequeme Aufgabe, als daß sie eine allgemein verwendete Laboratoriumsmethode hätte werden können, wie die Bestimmung jener anderen charakteristischen physikalischen Konstanten. Das konnte erst eintreten nach der Konstruktion und Einbürgerung von handlichen Laboratoriumsapparaten, die ohne langes Justieren und Zentrieren, womöglich ohne lange Rechnung mit wenig Substanz schnell eine genaue Zahl zu liefern imstande sind. Diesen enormen Fortschritt brachten die Konstruktionen Pulfrichs, die „Refraktometer", die auf einer neuen Meßmethode beruhten. Mit diesen Apparaten, besonders mit den Konstruktionen von Pulfrich selbst, werden wir uns im folgenden beschäftigen.

Der Brechungsexponent ist, wenn man eine geeignete Apparatur besitzt, nicht allein eine bequem und genau bestimmbare Konstante, die zur Identifizierung und Charakterisierung einer Flüssigkeit dienen kann, sondern die Zahl kann, in Kombination mit dem spezifischen Gewicht, noch weitergehende Aufschlüsse geben über die Zusammensetzung, sowie die Konstitution der betreffenden Substanz. Der Brechungsexponent kann also erheblich mehr leisten als die anderen oben aufgeführten physikalischen Daten. Die einzige physikalisch-chemische Methode, die der optischen darin etwa an die Seite zu stellen ist, scheint die Bestimmung der Verbrennungswärme zu sein. Sie benötigt aber eine weit kostspieligere Apparatur, und ist ganz

unvergleichlich mühsamer und auch ungenauer, als die bei einiger Übung leicht in einer knappen Viertelstunde zu beendende Messung des Brechungsindex und der Dichte.

Während jeder Brechungsexponent von der Temperatur abhängt und somit in gewissen Grenzen ein Zufallswert ist, der keinen weitergehenden Vergleich mit den Konstanten anderer Körper erlaubt, muß die zur Bestimmung der Zusammensetzung und der Konstitution zu verwendende Zahl von der Temperatur unabhängig, also eine absolute Konstante des Körpers sein. Da das spezifische Gewicht d und der Brechungsexponent n bei Flüssigkeiten von der Temperatur in gleichem Sinne verändert werden, hat man sie schon früh kombiniert, um einen von der Versuchstemperatur unabhängigen Ausdruck zu erhalten. Näheres darüber findet man S. 77 u. ff.

Molekularrefraktion.

Von den vielen Ausdrücken, die man gebildet hat, ist jetzt wohl ausschließlich der folgende theoretisch begründete:

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \cdot \frac{1}{d},$$

die „spezifische Refraktion“ und nach der Multiplikation mit dem Molekulargewicht M

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \cdot \frac{M}{d},$$

die „Molekularrefraktion“ in Gebrauch. Wie man die Differenz der Brechungsexponenten für zwei verschiedene Lichtarten die „Dispersion“ des Körpers nennt, bezeichnet man die Differenzen zweier Molekularrefraktionen als „Molekulardispersion“ des Körpers; auch dieser Ausdruck findet weitgehende Verwendung. Im folgenden soll nun gezeigt werden, wie man n und d bestimmt, wie man zu den Molekularrefraktionen und -dispersionen gelangt, wie man sie zur Bestimmung der Zusammensetzung und Konstitution benutzen kann, welche Genauigkeit man anstreben muß, um mit Erfolg zu arbeiten, usw.

Die Tabellen erleichtern die Berechnung der Refraktionskonstanten aus den beobachteten Daten und die Berechnung der theoretischen Werte.

II. Die Dispersion und ihre Ursache.

Wie der Brechungsexponent n, so kann auch die Dispersion, d. h. die Differenz zweier Brechungsexponenten, z. B. für violettes und rotes Licht (den Grenzfarben des sichtbaren Spektrums) einen Körper

charakterisieren und in Verbindung mit der Dichte Absolutwerte liefern, die von der Temperatur unabhängig sind und weitgehende Aufschlüsse über die Konstitution geben.

Daß die Dispersion für ähnliche Körper ähnlich ist und in hohem Maße von der Konstitution abhängt, zeigt folgende Zusammenstellung, in welcher n_γ den Brechungsindex für die violette und n_α den Index für die rote Linie des Wasserstoffspektrums bedeutet. Die Daten beziehen sich meist auf 20°.

Tabelle I.

Substanz (gesättigt)	$n_\gamma - n_\alpha$	Substanz (ungesättigt)	$n_\gamma - n_\alpha$	Aromatische Körper	$n_\gamma - n_\alpha$
Wasser	0,0092	—		—	
Äthylalkohol	0,0096	—		—	
n-Butylalkohol	0,0106	Allylalkohol	0,0150	—	
Pentan	0,0075	Amylen	0,0126	Benzol	0,0269
Äthylacetat	0,0100	Äthylcrotonat	0,0170	Äthylbenzoat	0,0268
Äthylalkohol	0,0096	—		Äthylbenzol	0,0248
Äthylmerkaptan	0,0168	Allylsulfid	0,0225	—	
Äthylbromid	0,0153	Allylbromid	0,0213	Brombenzol	0,0319

Man sieht, wie Doppelbindungen die Dispersion erhöhen, ebenso die Einführung von S oder Br in das Molekül. Scharf heben sich die Benzolderivate von den anderen Substanzen ab, ganz gleich, welche Gruppe durch den Komplex C_6H_5 ersetzt wird.

Bei der theoretischen Ableitung des im vorigen Abschnitt S. 3 angeführten Ausdruckes für die Molekularrefraktion $\frac{n^2-1}{n^2+2} \cdot \frac{M}{d}$ ist nun auf den von der Dispersion freien Brechungsexponenten für unendlich lange Wellen Bezug genommen (vgl. S. 78).

Die Dispersion und die Molekulardispersion:

$$\left(\frac{n_v^2-1}{n_v^2+2} - \frac{n_r^2-1}{n_r^2+2}\right)\frac{M}{d},$$

wo n_v den Index für Violett, n_r denjenigen für Rot bedeutet, kommt also in jener Ableitung gar nicht vor; der Molekulardispersion fehlt

also streng genommen der theoretische Hintergrund, der der Molekularrefraktion für Rot, als den längsten Wellen des sichtbaren Spektrums noch etwas Folie gibt. Und trotzdem hilft uns die Molekulardispersion bei der Konstitutionsbestimmung! Wie ist dieser Widerspruch zu erklären?

Zu dem Ende muß man auf die Ursachen der Dispersion zurückgehen, die wir kurz skizzieren; betr. der Einzelheiten sei auf die Lehrbücher der Physik verwiesen (z. B. Riecke, Lommel-König, Winkelmann usw.). Alle Substanzen haben die Eigenschaft, Licht von gewissen, sehr kurzen Wellenlängen im Ultraviolett zu absorbieren. Den Grund dazu sieht man darin, daß die „Eigenschwingungen" der Atome oder Molekeln, die wir uns ja äußerst beweglich zu denken haben, die gleiche Schwingungsperiode besitzen, wie jene Lichtwellen. Die Lichtwellen werden also dazu verbraucht, die kleinsten Bausteine des Moleküls in Bewegung zu setzen; sie werden absorbiert. Jedes Atom oder jede Atomgruppe spricht auf andere Lichtwellen an, hat also ein anderes Gebiet der Eigenschwingung und der Absorption.

Daß auch im Ultrarot, also bei extrem langen Wellen, solche Gebiete vorhanden sein können, ist für uns hier ohne Belang, da sie das sichtbare Gebiet nicht merklich beeinflussen, wie es die ultravioletten Absorptionsstreifen tun.

In der Umgebung jener Absorptionsstreifen ändert sich der Brechungsexponent in folgender, in der Fig. 2 schematisch gezeichneten, markanten Weise:

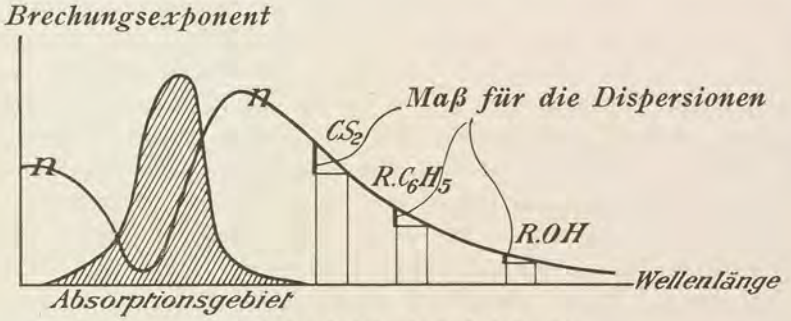


Fig. 2 (nach Riecke's Lehrbuch).

Der Brechungsindex steigt, wenn wir von den langen Wellen, von Rot her kommen, stark an, weit stärker als für gewöhnlich im sichtbaren Gebiet der Fall ist, geht dann durch ein scharf ausgeprägtes, oft sehr hohes Maximum und fällt hierauf innerhalb des Absorptionsstreifens ganz steil zu einem extrem kleinen Wert ab,

um bei noch kürzeren Wellen wieder anzusteigen. Wir haben also die Erscheinung, daß vorübergehend kürzeren Wellen kleinere Brechungsexponenten entsprechen, die sogenannte „anomale Dispersion".

Der feste Farbstoff Fuchsin zeigt das im sichtbaren Gebiet: im Grün und Gelb absorbiert er sehr stark; die Brechungsexponenten in jenem Gebiet und den benachbarten sind folgende (Mittelwerte mehrerer Beobachter):

Tabelle II.

λ in $\mu\mu$:	360	405	413	434	461	486	527	535	589	634	656	687	719
n:	1,52	1,38	1,15	1,05	0,83	1,06	1,88	1,97	2,67	2,45	2,33	2,19	2,10
Farbe:	violett			blau	blaugrün		grün		gelb	orange	rot		

Gebiet der Absorption
Minimum Maximum
anomales Gebiet

Was sich hier (ausnahmsweise) im sichtbaren Gebiet abspielt, tritt bei allen bisher untersuchten Flüssigkeiten im Ultraviolett ein. Aber jener starke Anstieg macht sich schon im sichtbaren Spektrum mehr oder weniger deutlich bemerkbar, je näher oder je weiter das Gebiet der Absorption (der Eigenschwingungen) dem Violett liegt. Hat der Körper mehrere solche Gebiete, so wiederholt sich das Spiel: starker Anstieg, Maximum, jäher Abfall, Minimum, schwächerer Anstieg.

Da nun die Lage der Absorptionsgebiete von den Atomgruppen und ihren Bindungsverhältnissen abhängt, gilt dasselbe von der Stärke der Dispersion, die eben von der Lage der Absorptionsstreifen regiert wird. Man hat für manche Substanzen oder Atomgruppen die Lage der Absorptionsgebiete direkt beobachtet oder aus dem Gang von n im Ultraviolett berechnet. So scheint der Hydroxylgruppe eine Eigenschwingung bei 127 $\mu\mu$ zuzugehören, die Phenylgruppe scheint bei wesentlich längeren Wellen Eigenschwingungen zu besitzen. Die Folge ist also, daß Wasser und Alkohole erheblich weniger dispergieren als Benzol und seine Derivate. Der Schwefelkohlenstoff besitzt ein starkes Absorptionsgebiet bei relativ langen Wellen, bei 227 $\mu\mu$. Er muß also im sichtbaren Gebiet noch stärker dispergieren. Benzol absorbiert erheblich schwächer als Schwefelkohlenstoff. Außer der Stelle der Absorption kommt es auch auf ihre Stärke an.

Das mag die folgende Tabelle erläutern, die neben den Brechungsindices für die vier in der Refraktometrie am meisten benutzten Linien auch solche für ultraviolette Linien und die zugehörigen Wellenlängen enthält, ferner einige Dispersionswerte und zur Erläuterung approximative Angaben über das Absorptionsgebiet.

Tabelle III.

Linie	Farbe	Wellenlänge $\mu\mu$	n^{20^0} Wasser	Aceton	Benzol	Schwefelkohlenstoff
H_α	rot	656,3	1,3312	1,3601	1,496	1,618
Na	gelb	589,3	1,3330	1,3641	1,501	1,628
H_β	blau	486,1	1,3372	1,3667	1,512	1,653
H_γ	violett	434,1	1,3404	1,3706	1,523	1,675
Ultraviolett		394,4	1,3437	1,377	—	1,702
		361,2	1,3474	1,379	1,549	1,738
		298	—	1,396	1,598	1,875
		ca.275	1,3664	1,402	1,625	2,005
		260	ca.1,372	ca. 1,408	—	2,159
		214	1,4040	1,454	—	—
		204	—	1,479	—	—
$n_\gamma - n_\alpha$ (violett — rot)			0,0092	0,0105	0,027	0,057
Absorptionsgebiet . .			127 $\mu\mu$	ca. 145 $\mu\mu$	schwache Streifen zw. 237 u. 267 $\mu\mu$	227 $\mu\mu$
$n_{275\,\mu\mu} - n_\gamma$ (ultraviolett — violett)			0,026	0,031	0,102	0,330

Wie man sieht, steht Aceton, dessen Absorptionsgebiet dem sichtbaren Teil des Spektrums nur wenig näher liegt als das des Wassers, dem Wasser nahe. Dem Wasser sind ferner die aliphatischen gesättigten Alkohole sehr ähnlich.

Am eklatantesten ist die Wirkung des Schwefels im Schwefelkohlenstoff: Hier ist die Dispersion schon im sichtbaren Gebiet enorm, aber auch im Ultraviolett dispergiert Schwefel weitaus am stärksten, obwohl auch alle anderen in der Tabelle berücksichtigten Körper dort stärker dispergieren, als im sichtbaren Gebiete, weil die größere Nähe der Absorptionsgebiete sich deutlich bemerkbar macht.

Aus der Tabelle I geht hervor, daß auch das S-Atom in den Merkaptanen analog die Dispersion erhöht, entsprechend das Br-Atom.

In Fig. 2 sind schematisch die Lagen eingezeichnet, welche der Schwefelkohlenstoff, die Benzolderivate und die Hydroxylderivate der Paraffinreihe auf der Dispersionskurve einnehmen: CS_2 liegt an der Stelle von großem, die R·OH-Körper an der Stelle von kleinem Gefälle.

Aus dem Gesagten geht hervor, daß man den Einfluß der einzelnen Bausteine des Moleküls und den Einfluß der Doppelbindungen (Paraffine —> Allylderivate —> Phenylderivate) auch ohne weitere

Rechnung aus der Dispersion ablesen kann. Eine wesentlich feinere — quantitative — Auswertung der Dispersion findet man in dem späteren Absatz XX S. 78 u. ff.

III. Prinzip der Refraktometrie.

Grenzfälle. Tritt ein streng einfarbiger Lichtstrahl aus Luft in eine Flüssigkeit, so sind zwei Grenzfälle möglich, die wir aus einander entwickeln wollen. Der Lichtstrahl möge senkrecht auf die Trennungsfläche fallen, dann geht er ungebrochen weiter. Das Brechungsgesetz $n = \frac{\sin i}{\sin r}$ verliert dabei keineswegs seine Gültigkeit, nur wird der Ausdruck $= \frac{0}{0}$, also unbestimmt. Der Weg des Lichtstrahls ist vom Brechungsexponenten d. h. von den Geschwindigkeiten des Lichts in beiden Medien unabhängig. Lassen wir den Lichtstrahl schräger einfallen, d. h. lassen wir i wachsen, so wächst auch r, aber langsamer, da n stets größer als 1 ist, was nur möglich ist, wenn $\sin i$ größer als $\sin r$, also i größer als r ist. Wächst i immer weiter bis 90°, so streift das Licht schließlich die Flüssigkeitsoberfläche und wir haben den zweiten für uns allein in Frage kommenden Grenzfall, den „streifenden Eintritt". Alsdann haben i und r ihr Maximum erreicht, i ist 90°, die Größe von r folgt aus der Beziehung $n = \frac{\sin 90^0}{\sin r}$; $n = \frac{1}{\sin r}$; $\sin r = \frac{1}{n}$.

Streifender Eintritt.

Lassen wir das Licht in eine andere Flüssigkeit vom Brechungsexponenten n' eintreten, so hat bei gleichen Einfallswinkeln der Brechungswinkel, den wir nun r' nennen wollen, stets einen anderen Wert als der zum gleichen i gehörende Winkel r in der ersten Flüssigkeit. Eine einfache Überlegung zeigt, daß der Unterschied zwischen r und r' am größten ist, wenn i den maximalen Wert, nämlich 90° erreicht, d. h. beim streifenden Eintritt. Will man also den Unterschied zwischen n und n' möglichst genau messen, so liegen die Verhältnisse am günstigsten, wenn man das Licht beide Male streifend eintreten läßt.

Denken wir uns nun all jene einfarbigen Lichtstrahlen, vom senkrechten bis zum streifenden Eintritt, die wir eben nacheinander betrachtet haben, nebeneinander wirksam. Es möge eine Sammellinse einen Lichtstrahl, der einen vollen rechten Winkel umfaßt, auf einen Punkt der Flüssigkeitsoberfläche konzentrieren. (Ob das praktisch möglich ist, wollen wir hier nicht diskutieren.) Dann wird das Lichtbüschel in der Flüssigkeit auf einen kleineren Winkel als 90° komprimiert. Die Öffnung des mehr oder weniger spitzen

Winkels ist durch jenen maximalen Brechungswinkel r gegeben, dessen $\sin = \frac{1}{n}$ ist.

Befindet sich die Flüssigkeit in einer Glasschale mit halbkreisförmigem Durchschnitt, wobei das Zentrum der Halbkugel zugleich der Einfallspunkt des Lichtbüschels sein möge, so würde man in A (Fig. 3) eine scharfe Grenze zwischen hell und dunkel beobachten. Wir denken uns an dem Glasgefäß ein Fernrohr angebracht, das in einer Ebene, die zu der Flüssigkeitsoberfläche senkrecht steht, beweglich ist. Es sei um den Einfallspunkt des Lichtes drehbar, so daß die radial austretenden Lichtstrahlen das Fernrohr stets in

Grenze hell–dunkel.

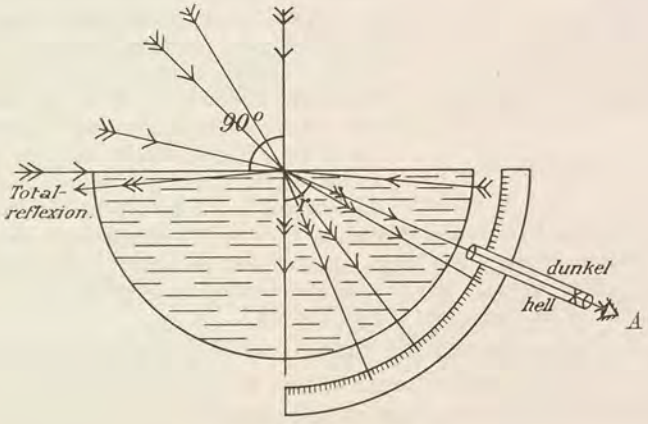


Fig. 3.

der Richtung seiner Achse durchsetzen. Konzentrisch zu dem Glasgefäß sei ferner, wie in der Figur angedeutet ist, ein geteilter Quadrant angebracht, an dem die Bewegung des Fernrohrs aus der Horizontale nach unten messend verfolgt werden kann.

Alsdann hätten wir eine (theoretisch) einfache Anordnung um den dem streifenden Eintritt entsprechenden maximalen Brechungswinkel r und damit n genau zu messen.

Betrachten wir nun den komplizierteren Fall, daß das auftreffende Licht nicht streng einfarbig, sondern inhomogen ist; es möge z. B. aus einer homogenen roten und einer homogenen blauen Lichtart bestehen. Für Blau ist n größer als für Rot; die Differenz heißt die Zerstreuung oder Dispersion des Lichtes für Blau und Rot. Zu dem größeren n, also zu dem blauen Lichtstrahl, gehört ein kleinerer Winkel r, wie aus der Formel $n = \frac{1}{\sin r}$ folgt. Wir

Inhomogenes Licht.

wollen zur Unterscheidung den Grenzwinkel für Rot mit r_r, den für Blau mit r_b bezeichnen.

Dreht man jenes bewegliche Fernrohr am feststehenden Teilkreis entlang aus der horizontalen Lage nach unten, so beobachtet man folgendes: Anfangs ist das Gesichtsfeld dunkel, da in jenen spitzen Winkel zwischen der Horizontalen und $90^0 - r_r$ kein Licht von oben gelangen kann, wenn alles Licht bis auf jenes Lichtbündel abgeblendet ist.

Totalreflexion. Würde ein Lichtstrahl von außen radial in die Flüssigkeit geworfen werden, in einem Winkel gegen die Horizontale, der kleiner als $90^0 - r_r$ ist (vgl. Fig. 3), so würde der Strahl nicht aus der Flüssigkeitsoberfläche in die Luft austreten können, sondern er würde an der Grenzfläche Flüssigkeit—Luft ohne jeden Intensitätsverlust in die Flüssigkeit zurückgespiegelt werden: es träte „Totalreflexion" ein. Wie man sieht, hängt die Erscheinung beim streifenden Eintritt mit der Totalreflexion eng zusammen. Von der Totalreflexion macht man in der praktischen Optik vielfachen Gebrauch. Wenn es sich darum handelt, einen Lichtstrahl ohne Verlust um einen gewissen Winkel, z. B. um 90° abzulenken, benutzt man ein „Reflexionsprisma" aus Glas, in dem der Lichtstrahl den nebenstehend skizzierten Weg macht. Solchen Reflexionsprismen werden wir bei den Refraktometern öfters begegnen! (Vgl. Fig. 4.)

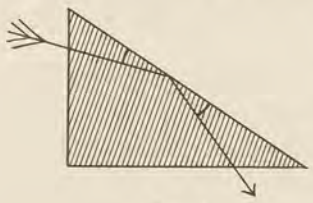


Fig. 4.

Dreht man das um die Schale voll Flüssigkeit sich radial bewegende Fernrohr weiter nach unten, so erscheint bald am unteren Rande des Gesichtsfeldes ein scharf abgegrenztes rotes Licht. Wenn das Zentrum des Fernrohrs, also der Schnittpunkt des Fadenkreuzes, mit der Grenze zwischen dunkel und rot zusammenfällt, so bildet die Fernrohrachse mit der Horizontalen den Winkel $90^0 - r_r$. Dreht man das Fernrohr noch weiter, so bleibt das Gesichtsfeld rot, bis man sich dem Grenzwinkel für blau, also von der Horizontalen aus gerechnet, $90^0 - r_b$, nähert. Falls man nur mit blauem Licht beleuchtet, würde das Gesichtsfeld, wenn die Fernrohrachse mit der Horizontalen den Winkel $90^0 - r_b$ bildet, zur Hälfte dunkel, zur anderen Hälfte blau sein. Da dem blauen Licht aber rotes beigemischt ist, superponieren sich beide Lichtarten und man beobachtet eine Grenze zwischen rot und blau + rot, so daß die aufeinander folgenden Farbenerscheinungen sind: dunkel—rot—violett.

Je größer das Brechungsvermögen der Flüssigkeit ist, desto größer ist der dunkle und desto kleiner ist der von violettem Licht erfüllte Winkel; je größer das Zerstreuungsvermögen ist, desto größer ist der mit rotem Licht erfüllte. Statt der Mischfarben im unteren *Blende.* Teil des Gesichtsfeldes wird man monochromatisches Licht beob-

achten, wenn man nur einen schmalen, die Flüssigkeitsoberfläche streifenden Lichtstrahl an Stelle jenes rechtwinkligen Lichtbüschels anwendet, wenn man also fast das ganze Lichtbüschel bis auf den horizontal oder fast horizontal verlaufenden Strahl abblendet. Alsdann würde man im Fernrohr folgendes beobachten, wenn man es allmählich aus der Horizontallage nach unten hinunterdreht: dunkel—schmaler roter Streifen — dunkel—schmaler blauer Streifen. Die Breite der Streifen hängt von dem Grade des Ausblendens ab. Der untere Rand der Streifen kann verwaschen sein, falls die Art der Abblendung unvollkommen ist, der obere Rand ist stets scharf, vorausgesetzt, daß die Flüssigkeit vollkommen homogen ist, keine „Schlieren" auftreten infolge von wechselnder Zusammensetzung oder wechselnder Temperatur. Auf diesen oberen Rand der Grenzlinie dunkel-hell, der dem wirklichen Grenzwinkel entspricht, wird eingestellt, während der untere Rand willkürlich und durch Zufälligkeiten bedingt ist.

Flüssigkeit–Glas.

Die Erscheinungen ändern sich nicht prinzipiell, wenn man statt Luft und Flüssigkeit zwei andere Medien wählt, z. B. Flüssigkeit—Glas; vorausgesetzt, daß der Lichtstrahl wieder in dem schwächer brechenden oder „optisch-dünneren" Medium die Grenzfläche streift. Alsdann beobachtet man, wie oben, in dem optisch dichteren Medium, welches im allgemeinen das Glas ist, eine scharfe Grenze dunkel-hell.

Die theoretisch einfachste und bei einem in Abschnitt VIII behandelten Typus auch praktisch durchgeführte Versuchsanordnung wäre folgende: Der senkrechte Durchschnitt des Glaskörpers sei ein Kreisquadrant, auf dessen rechtem Winkel der Flüssigkeitstrog aufsitzt, und dessen Zentrum zugleich die Eintrittsstelle des Lichtbüschels, der Mittelpunkt des Teilkreises und der Drehpunkt des Fernrohrs ist. Das Schema der Konstruktion geht aus Fig. 5 hervor. Um den streifenden Eintritt des Lichtstrahls zu erleichtern, sei wie in Fig. 5 der Rand des Glaskörpers am rechten Winkel etwas abgeschliffen.

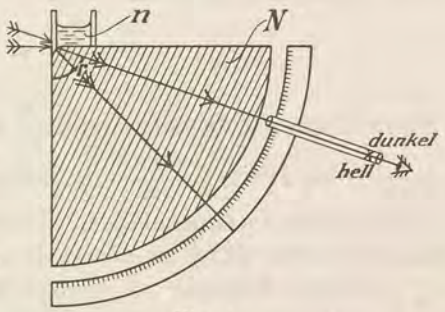


Fig. 5.

Formel.

Der Brechungsindex der Flüssigkeit sei n, der des Glases sei

größer, N. Die Berechnung wird etwas anders als bisher: an die Stelle von n tritt jetzt das Verhältnis $\frac{N}{n}$.

$$\frac{N}{n} = \frac{\sin 90^\circ}{\sin r} \quad \text{oder} \quad \underline{n = N \sin r}.$$

In dem früher betrachteten Fall, wo der Strahl aus Luft in die Flüssigkeit vom Brechungsindex n eintrat, ging genau genommen ebenfalls das Verhältnis zweier Brechungsexponenten in die Rechnung ein, nämlich das Verhältnis des Brechungsexponenten der Flüssigkeit zu dem der Luft, also $\frac{n}{1}$, wofür man aber einfach n zu schreiben gewohnt ist.

Je verschiedener N und n sind, also je größer $\frac{N}{n}$ ist, desto kleiner ist r; ist $N = n$, so wird $r = 90^\circ$; d. h. das Licht durchsetzt die Trennungsfläche ungebrochen.

Eine Voraussetzung der Meßanordnung ist, daß N größer als n ist, daß das Glas stärker bricht als die zu untersuchende Flüssigkeit.

Dispersion. Beleuchtet man nicht mit monochromatischem, sondern mit inhomogenem Licht, so komplizieren sich die Verhältnisse etwas, da nunmehr zwei Dispersionsvermögen, dasjenige der Flüssigkeit und dasjenige des Glases in die Rechnung eingehen.

Nehmen wir an, unsere Lichtquelle emittierte ein homogenes Rot und ein homogenes Violett; die Brechungswinkel und die Brechungsexponenten für beide Farben unterscheiden wir durch die Indices $_r$ und $_v$ (N_r, n_v, r_v usw.). Alsdann sind mehrere Fälle möglich:

I. Fall. I. Das relative oder prozentuale Dispersionsvermögen von Glas und Flüssigkeit sei gleich, d. h.

$$\frac{N_v - N_r}{N_r} = \frac{n_v - n_r}{n_r}.$$

Eine einfache Umformung ergibt $\frac{N_v}{n_v} = \frac{N_r}{n_r}$. Da der erste Quotient $= \frac{1}{\sin r_v}$, der zweite $= \frac{1}{\sin r_r}$ ist, folgt, daß $r_v = r_r$ ist, also daß beide Lichtstreifen zusammenfallen. Dieser Fall, bei dem eine Messung ausgeschlossen wäre, ist aber selten.

Um die Messung zu ermöglichen, kann man zwei Wege einschlagen: entweder man tauscht den Glaskörper gegen einen solchen mit anderer Dispersion aus, oder aber man arbeitet bei einer anderen Temperatur. Mit steigender Temperatur (vgl. S. 36) nimmt der Brechungsexponent der Gläser zu, derjenige der Flüssigkeiten ab. Es genügt also eine relativ geringe Temperatursteigerung, um die Linien auseinander zu bringen. Es tritt alsdann der zweite Fall ein.

II. Das Glas dispergiert relativ stärker als die Flüssigkeit. *II. Fall.* Dieser Fall ist der gewöhnliche.

$$\frac{N_v - N_r}{N_r} > \frac{n_v - n_r}{n_r}.$$

Dann ist

$$\frac{N_v}{N_r} > \frac{n_v}{n_r}, \quad \text{also} \quad \frac{N_v}{n_v} > \frac{N_r}{n_r}, \quad \text{also} \quad r_v < r_r.$$

Beim Drehen des Fernrohrs aus der Horizontallage nach unten sieht man zuerst den roten, zuletzt den violetten Streifen.

Gehen wir wieder von Fall I aus, wo beide Streifen koinzidieren und erniedrigen die Temperatur statt sie zu erhöhen. Dann wächst die Dispersion der Flüssigkeit, während die des Glases abnimmt. Wir gelangen so zu der dritten Möglichkeit.

III. $$\frac{N_v - N_r}{N_r} < \frac{n_v - n_r}{n_r}.$$ *III. Fall.*

Alsdann ist $r_v > r_r$. Wenn man das Fernrohr aus der Horizontallage ($r = 90^0$) nach unten dreht, sieht man zuerst Violett, dann erst Rot! Dieser Fall ist aber nicht sehr häufig; er tritt am leichtesten bei halogenhaltigen, stark ungesättigten Körpern ein. Der Anblick im Fernrohr überrascht den Beobachter zuerst. Es treten aber bei der Messung und Berechnung keinerlei Komplikationen auf.

Arbeitet man mit Wasserstofflicht, dessen Hauptlinien im Rot, im Blaugrün und im Violett liegen, also mit drei Lichtarten, so sind mancherlei Fälle möglich, z. B. Koinzidenz aller drei Linien (fast nie vorkommend!), Reihenfolge Rot—Blau—Violett (der gewöhnliche Fall) und Reihenfolge Violett—Blau—Rot (relativ selten). Außerdem liegt noch eine vierte Möglichkeit vor: Bei Flüssigkeiten mit sehr *IV. Fall.* vielen Äthylenbindungen kann es vorkommen, daß die Dispersion der Flüssigkeit erst hinter dem Blau stark anwächst, so daß die Flüssigkeit für Violett relativ stärker dispergiert als das Glas

$$\left(\frac{N_v - N_r}{N_r} < \frac{n_v - n_r}{n_r}\right),$$

für Blau aber nicht

$$\left(\frac{N_{bl} - N_r}{N_r} > \frac{n_{bl} - n_r}{n_r}\right).$$

Alsdann wäre der Anblick im Fernrohr: Rot—Violett—Blau. Es liegt also eine Kombination von II und III vor, die aber ebenfalls weder Messung noch Rechnung irgendwie kompliziert. Außerdem ist der Fall äußerst selten.

Praktische Form des Apparats.

Die bisher betrachtete Konstruktion — Halbkugel oder im senkrechten Durchschnitt halbkreisförmig geschliffener Glaskörper mit aufgesetztem Flüssigkeitstrog — ist theoretisch sehr einfach, weil sie eine direkte Ablesung des Brechungswinkels erlaubt, sie hat aber praktische Mängel oder konstruktive Schwierigkeiten, so daß sie nur selten benutzt wird. Ein auf diesem Prinzip beruhendes Instrument ist im Abschnitt VIII besprochen und abgebildet.

Bei den meist benutzten Apparaten — nach Pulfrich — hat der Glaskörper eine andere Gestalt: er ist als ein genau rechtwinkliges Prisma geschliffen, dessen rechter Winkel der Lichtquelle abgewendet ist (Fig. 6). Wie bei Fig. 5 ist die eine Kante, um den streifenden Eintritt des Lichts zu erleichtern, etwas abgeschliffen. Die zu untersuchende Flüssigkeit befindet sich in einem auf die Horizontalfläche des Prismas aufgekitteten kleinen Glas-

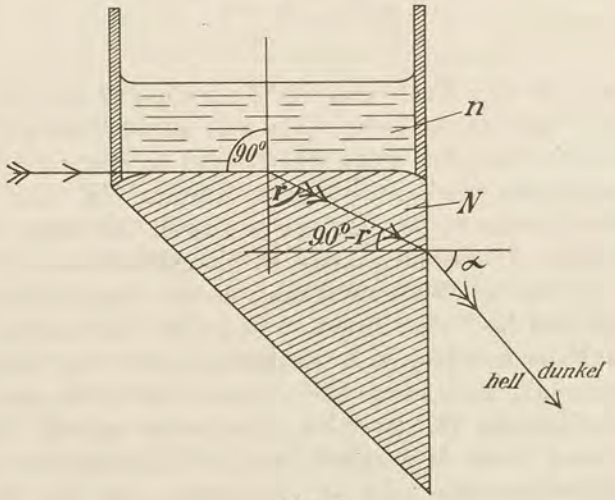


Fig. 6.

zylinder ohne Boden. Die horizontale und die der Lichtquelle abgewandte vertikale Fläche des Prismas sind sorgfältig plangeschliffen, während es auf die übrigen Flächen nicht ankommt. Das Licht tritt, wie die Figur 6 zeigt, über die Kittstelle hinweg in die Flüssigkeit und das Prisma ein. Bei dieser Anordnung ist der Winkel r nicht mehr direkt abzulesen. Vielmehr mißt man statt r den Winkel α, um den man das Fernrohr aus der Horizontale nach unten drehen muß, um die obere scharfe Grenze zwischen dunkel und hell beim Austritt aus der vertikalen Prismenfläche in die Luft im Mittelpunkte des Fadenkreuzes zu sehen. Dann ergibt

Formel.

sich folgender Zusammenhang zwischen dem abgelesenen Winkel α, dem Brechungsexponenten des Glases N und dem gesuchten Brechungsexponenten der Flüssigkeit gegen Luft n: Die zweifache Brechung des Lichtes an den Grenzen Flüssigkeit—Glas und Glas—Luft liefert die beiden Gleichungen:

$$\frac{\sin 90^0}{\sin r} = \frac{N}{n} \quad \text{und} \quad \frac{\sin \alpha}{\sin (90^0 - r)} = \frac{N}{1} .$$

Aus diesen Formeln ist r zu eliminieren. Die zweite Formel wird durch eine geringfügige Umwandlung $\cos r = \frac{\sin \alpha}{N}$; ferner ist nach dem bekannten trigonometrischen Satz

$$\cos^2 r + \sin^2 r = 1 \text{ und } \sin r = \sqrt{1 - \cos^2 r} .$$

Also ist, wenn wir den obigen Wert für $\cos r$ einsetzen,

$$\sin r = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{N^2}} .$$

Die erste Formel nimmt, wenn man sie etwas umwandelt, die Gestalt an: $n = N \sin r$, also nach Einsetzung des Wertes für $\sin r$:

$$n = N \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{N^2}} = \sqrt{N^2 - \sin^2 \alpha} .$$

Die Endform ist also

$$\underline{n = \sqrt{N^2 - \sin^2 \alpha} .}$$

N wird bei der Lieferung des Apparates stets angegeben. Hat man α bestimmt, so kann man also n nach dieser Formel berechnen. Jedem Instrument werden indessen Tabellen beigegeben, die jede Rechnung bis auf eine kleine Interpolation erübrigen.

Tabellen. Man findet zu den Werten von α in Abständen von je 10 Minuten die zugehörigen Werte von n_D (Natriumlicht) auf fünf Dezimalen angegeben. Wenn das Instrument auch mit anderem Licht zu arbeiten gestattet (Wasserstoffspektrum), so findet man Hilfstabellen, die durch eine einfache Subtraktion oder Addition auch die Brechungsexponenten für die drei Hauptlinien des Wasserstoffspektrums ergeben: n_α, n_β und n_γ (vgl. Abschnitt IV). Für die Bestimmung jedes Brechungsexponenten ist also nur eine einzige Ablesung am Teilkreis und das Nachschlagen in einer übersichtlichen Tabelle nebst einer kleinen Interpolation wie bei einer gewöhnlichen Logarithmentafel erforderlich.

Ausführliche Beispiele findet man S. 34 und 46, die Tabellen sind S. 104—126 abgedruckt. (Tab. A, B und D.)

Arbeitet man bei einer Temperatur, die von derjenigen Temperatur, für die das angegebene N und die Tabellen gelten, um mehrere Grade verschieden ist, so muß man auch für die Temperaturveränderlichkeit von N eine kleine Korrektur anbringen. Näheres siehe z. B. S. 36ff.

IV. Kleines Refraktometer nach Pulfrich.

Zwei Instrumente, die nach dem beschriebenen Prinzip konstruiert sind, kommen für den Laboratoriumsgebrauch hauptsächlich in Betracht: das „Refraktometer für Chemiker", meist das „kleine" Refraktometer genannt, nach Pulfrich von M. Wolz in Bonn[1] und die sogenannte „Neukonstruktion" der optischen Werkstätte von Zeiss in Jena.[2]

Von beiden Instrumenten haben wir die wichtigsten Teile schon besprochen: das rechtwinklige Prisma mit dem aufgekitteten Zylinder für die Flüssigkeit, den Teilkreis und das Fernrohr.

Kleine Form. Das kleine Refraktometer, das keine Blende und keine Heizvorrichtung besitzt, erlaubt nur Messungen für einfarbiges Licht bei Zimmertemperatur. Man verwendet es wohl ausschließlich für Natriumlicht; auf dies Licht allein bezieht sich die S. 104ff. abgedruckte Tabelle A. N_D, der Brechungsexponent des Prismas für Natriumlicht, ist bei Zimmertemperatur (ca. 18°) 1,62098. Bei wenigen, ganz stark brechenden Flüssigkeiten, wie Schwefelkohlenstoff, Monobromnaphtalin oder Methylenjodid, versagt dieses Prisma.[3] Die nachstehende Fig. 7 zeigt die Konstruktion des Instruments.

Konstruktion. Das Licht (z. B. ein Bunsenbrenner mit ein oder zwei Boraxperlen in Platindrahtösen) wird von der Sammellinse L auf die Grenze zwischen Flüssigkeit und Glas geworfen. Man stellt die Flamme so weit vom Apparat auf (ca. 40—50 cm), daß auf einem vor das Prisma P gehaltenen Papierblättchen ein scharfes (umgekehrtes) Bild der Flamme sichtbar ist. Dabei ist wohl darauf zu achten, daß nur von der gefärbten Flamme, nicht von dem glühenden Draht Licht auf die Grenze Flüssigkeit—Glas fällt, weil das Licht sonst inhomogen würde. Ferner muß die Kittung an jener Stelle sehr

[1] Zeitschr. f. Instrumentenkunde 8. 47. 1888.

[2] Zeitschr. f. physik. Chem. 18. 294. 1895.

[3] Für solche (sehr seltenen Fälle) kann dem Instrument auf Wunsch ein fertig montiertes Prisma mit dem Brechungsindex $N_D = 1{,}7$ beigegeben werden. Dieses reicht für alle Fälle aus. Zu beachten ist, daß dies stark bleihaltige Glas mechanisch und chemisch äußerst empfindlich ist.

sauber ausgeführt sein; es darf dort kein Kittmaterial (Hausenblase, Gummi arabicum oder dgl.) verschmiert sein, sonst wird die Grenze dunkel—hell im Fernrohr unscharf. Man gibt nur so viel Flüssigkeit in den aufgekitteten kleinen Glaszylinder *C*, daß die Kugel eines kleinen Thermometers, das man mit einem sauber gebohrten, gut in die Zylinderöffnung passenden Kork aufsetzt, gerade bedeckt ist. Daß man zur Untersuchung nur so wenig Substanz benötigt, ist ein nicht zu unterschätzender Vorteil der refraktometrischen Methode gegenüber der Spektrometermethode.

Das Prisma ist durch eine Fassung geschützt, die nur die horizontale und die vertikale Fläche freiläßt. Es sitzt mit der Fassung auf einem hohlen Dreikant *D*, der über einen massiven Dreikant geschoben und an diesem mit der Schraube S_1 befestigt wird. Alles Justieren und Zentrieren, das bei einem Spektrometer von gleicher Genauigkeit so lästig ist, fällt also fort. Um die Dreikantflächen vor Verstauben und das Prisma vor Angriff durch die Dämpfe der Laboratoriumsluft zu schützen, läßt man das Instrument ein für allemal zusammengebaut und stellt es in einen gut schließenden Kasten oder Schrank!

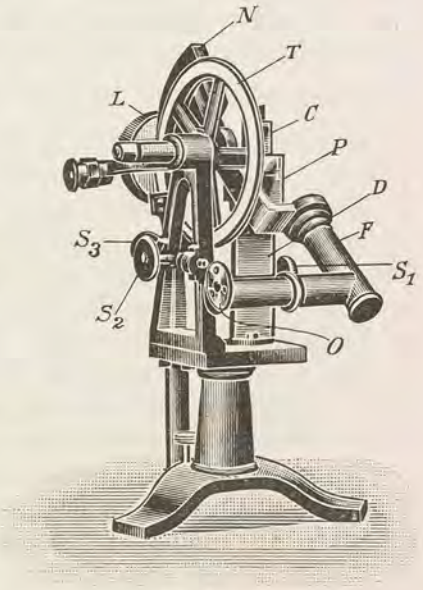


Fig. 7. *Fernrohr.*

Das Fernrohr *F*, mit dem man die Grenze dunkel—hell sucht und anvisiert, ist zur bequemeren Ablesung rechtwinklig nach vorn umgebrochen. Ein im Knick befindliches Reflexionsprisma (vgl. S. 10) spiegelt das Licht nach vorn in das Auge des Beschauers. Das Okular *O* des Fernrohrs muß so eingestellt werden, daß man ein haarscharfes Bild vom Fadenkreuz und von der Grenzlinie dunkel—hell erhält. Ebenso muß die Lupe, mit der man die Teilung des Teilkreises genauer abliest, in ihrer Fassung auf größte Bildschärfe eingestellt werden, eine Regel, gegen welche Anfänger öfter sündigen und dadurch unnötige Schwierigkeiten, selbst Fehler in die Messung bringen!

Bei dem Pulfrich-Wolzschen Instrument ist das bewegliche

Fernrohr fest mit dem Teilkreise T verbunden; der Teilkreis schleift
Nonius. an einem ein für allemal feststehenden Nonius N, an dessen Nullpunkt die Stellung des Teilkreises abgelesen wird. Vor der Beobachtung hat man sich mit der Einrichtung des Nonius vertraut zu machen.

Der Teilkreis, von dem nur ein rechter Winkel, ein Quadrant, durchgeteilt ist, trägt eine Teilung in halbe Grade. Der Nonius hat dreißig bezifferte Skalenteile (0 bis 30). Stellt man den Nonius so ein, daß sein Nullpunkt mit einem ganzen Gradstrich der Hauptskala zusammenfällt, z. B. mit 30,0°, so fällt erst der 30. Skalenteil des Nonius wieder mit einem Strich der Hauptskala zusammen, und zwar in unserem Fall mit dem Winkel 44,5°; also entsprechen, wie eine einfache Auszählung ergibt, 30 Skalenteile des Nonius 29 Skalenteilen des Teilkreises. Die Differenz zwischen einem Intervall des Teilkreises und einem Intervall des Nonius ist also $1 - \frac{29}{30} = \frac{1}{30}$ eines Intervalls der Hauptskala, also eine Minute ($^1/_{30}$ eines halben Grades). Fällt der p^{te} Teilstrich des Nonius mit einem Teilstrich der Hauptskala zusammen, so ist der Nullpunkt des Nonius, wie wiederum eine einfache Auszählung ergibt, vom nächst-niedrigeren Skalenteil der Hauptskala um p Minuten entfernt. Der Nullpunkt des Teilkreises (oder der Hauptskala) entspricht nun genau der Mitte des Fernrohrs, dem Schnittpunkt des Fadenkreuzes; der Nullpunkt des Nonius entspricht genau der Horizontalen. Der Winkel zwischen
Zahlenbeispiel. beiden Nullpunkten ist also der gesuchte Winkel α. Ein Zahlenbeispiel möge das deutlicher machen:

Steht bei einer Einstellung der Nullpunkt des Nonius zwischen 65,5° und 66,0° und fällt der 17. Teilstrich des Nonius mit einem Teilstrich der Hauptskala zusammen, so sind zu der Ablesung 65,5° oder 65°30′ noch 17′ zuzuzählen. Das Fernrohr ist somit um $65°30' + 17' = 65°47'$ aus der Horizontallage herausgedreht. Bei einiger Übung kann man noch halbe Minuten ziemlich sicher schätzen. Wenn ein genaues Zusammenfallen eines Teilkreis- und eines Noniusteilstriches an keiner Stelle eintritt, aber bei zwei aufeinander folgenden Strichen des Nonius, z. B. dem 17. und 18., derselbe kleine Abstand gegen die nächsten Striche der Hauptteilung wahrgenommen wird , alsdann ist die genaue Ablesung des Nonius in unserem Falle 17,5′. Denn wenn die Hauptskala in $^1/_4$° und der Nonius in 30 Intervalle geteilt wäre, also beide Skalen eine doppelt so feine Teilung besäßen, würden die zwischen jenen oben gezeichneten Teilstrichen liegenden Striche genau koinzidieren.

Einstellung.

Befindet sich die zu untersuchende Flüssigkeit nebst Thermometer im Zylinder, ist die Schraube S_1 am Dreikant angezogen und die Natriumflamme richtig eingestellt, so ist Alles zur Ablesung fertig. Um nicht durch fremdes Licht getäuscht zu werden, verdunkelt man das Zimmer oder den Abzug, in dem man arbeitet, und beleuchtet nur die Skala bei Bedarf seitlich mit einer kleinen Glühlampe. Man sieht in das Fernrohr und führt es dabei, von der Horizontallage ausgehend, allmählich hinunter, bis die Grenze dunkel—hell im Gesichtsfelde erscheint und das Fadenkreuz fast schneidet.

Es kann vorkommen, daß man wenige Grade nach der scharfen Grenze zwischen dunkel (oben) und hell (unten), eine zweite unscharfe Grenze hell (oben) — dunkel (unten) bemerkt. Diese ist, wie aus dem S. 11 Gesagten hervorgeht, für die Messung irrelevant, denn sie rührt von einer teilweisen Abblendung des Natriumlichtes durch die Fassung der Beleuchtungslinse L her, wie man sich durch Berühren des oberen Randes der Fassung mit den Fingern und durch die dabei erfolgende weitere Abblendung leicht überzeugen kann.

Hat man die scharfe obere Genze zwischen dunkel und hell ungefähr mit dem Schnittpunkt des Fadenkreuzes zur Deckung gebracht, so hat die Feineinstellung zu beginnen. Zu dem Zweck zieht man die Klemmschraube, die sich unten an der Vorderseite der Teilung befindet S_2, fest an; dann ist das Fernrohr fixiert und nicht mehr mit der Hand zu bewegen. Neben dieser Fixierschraube befindet sich senkrecht zu ihr in der Ebene des Teilkreises eine Mikrometerschraube mit Feder S_3. Mit Hilfe dieser Schraube kann man Fernrohr + Skala um kleine Beträge vor- oder rückwärts verschieben. Man schraubt vorsichtig, bis die Mitte der Grenze dunkel—hell das Zentrum des Fadenkreuzes gerade berührt (Fig. 8). Daß die Grenze nicht geradlinig, sondern an den Rändern sanft gebogen ist, ist nicht von Belang, da es nur auf die Mitte des Gesichtsfeldes ankommt, die durch den Schnittpunkt der beiden Fäden deutlich gekennzeichnet ist. Die Fig. 8 gibt das Bild, das sich bei richtiger Einstellung bietet.

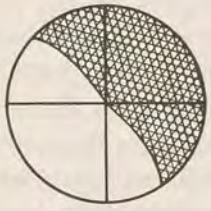


Fig. 8.

Alsdann liest man das Thermometer auf zehntel Grade, den Teilkreis auf ganze oder halbe Minuten ab und wiederholt die Einstellung. Hat sich die Temperatur inzwischen nicht geändert, so sollten die Einstellungen um höchstens 2 Minuten differieren. Ändert sich die Temperatur merkbar, so ist folgende Reihenfolge der Ab-

lesungen zu empfehlen: Thermometer, Teilkreis, Teilkreis, Thermometer. Alsdann entsprechen die Mittel der zusammengehörenden Ablesungen genau dem gleichen Zeitpunkt.

Temperatur. Mit steigender Temperatur nimmt n ab, also α zu. Die Änderungen der Dichte und des Berechnungsexponenten verlaufen bei Temperaturschwankungen im gleichen Sinn, sie sind „symbat". Hat eine Flüssigkeit einen abnorm kleinen Ausdehnungskoeffizienten (kleine Änderung der Dichte mit variabler Temperatur), wie Wasser bei Zimmertemperatur, so ändert sich auch der Brechungskoeffizient wenig. Befindet sich die Flüssigkeit nur wenig unter ihrem Siedepunkte, so ändern sich α und n sehr stark mit der Temperatur. Bei variabler Temperatur hat man also an dem Sinn der Änderung von α stets eine Kontrolle.

Reinigung. Ist die Messung von n beendet, so reinigt man den Zylinder, indem man nach dem Lösen der Dreikantschraube S_1 Prisma nebst Gestell von dem Dreikant abhebt und die Flüssigkeit ausgießt. Man spült mehrmals mit etwas Benzol nach und trocknet Zylinder und Prisma mit einem sauberen, nicht fasernden Leinenlappen. Jedes Fäserchen im Innern des Zylinders würde bei der nächsten Messung die Grenze hell—dunkel unscharf machen! Das Prisma ist sehr vorsichtig zu behandeln, da das starkbrechende (Blei—)Glas weich und mechanisch empfindlich ist. Man läßt die Flüssigkeit nicht länger im Zylinder, als für eine Messungsreihe nötig ist, weil sonst die Kittung und unter Umständen auch das Prisma leiden könnte.

Eichung. Da der Apparat keine Vorrichtung zur Kontrolle des Nullpunktes besitzt, prüft man ihn am besten durch Untersuchung einer ganz reinen Flüssigkeit mit gut bekanntem Brechungsindex, wie destilliertes Wasser. Man arbeitet, wie oben beschrieben, nur nimmt man n_D^t als bekannt an und sucht in der Tabelle A S. 106 den zugehörigen Winkel α, den man mit dem gefundenen vergleicht; die Differenz setzt man als den Fehler des Instruments bei weiteren Bestimmungen in Rechnung. Ein Beispiel möge das erläutern:

Tabelle IV.

Eichung mit destilliertem Wasser		n_D^t von destilliertem Wasser			
t	α	10°	1,33360	20°	1,33298
17,6°	67° 15′	15°	1,33334	21°	1,33290
17,8°	67° 16′	16°	1,33328	22°	1,33281
17,8°	67° 15,5′	17°	1,33321	23°	1,33272
17,9°	67° 15,5′	18°	1,33314	24°	1,33263
17,8°	67° 15,5′	19°	1,33306	25°	1,33253

Den Brechungsindex des reinen Wassers bei der Temperatur t kann man für den hier in Betracht kommende Temperaturbereich durch die Interpolationsformel darstellen:

$$n_D^t = 1{,}33381 - 0{,}00000125\,t - 0{,}000002\,t^2,$$

nach der die obige kleine Tabelle IV berechnet ist. Die Formel bzw. eine Interpolation jener Tabelle ergibt für $t = 17{,}8^0$ $n = 1{,}33315$. Die dem Apparat beigegebene Tabelle S. 106 lehrt uns, daß zu

$$n = 1{,}33348 \text{ ein } \alpha \text{ von } 67^0\,10'$$

gehört, zu

$$n = 1{,}33270 \text{ ein } \alpha \text{ von } 67^0\,20';$$

einer Änderung von n um 0,00078 entspricht also eine Änderung von α um 10′. Interpoliert man nach dem üblichen Regeldetriansatz[1] den zu $n = 1{,}33315$ gehörenden Winkel, so ergibt sich $\alpha = 67^0\,14'$. Das Mittel unserer Ablesungen ist $67^0\,15{,}5'$, also 1,5′ zu hoch. Dieser Betrag von 1,5′ ist also als Fehler des Apparats von jeder Ablesung abzuziehen.

Wünscht man einen Wert von n möglichst genau zu bestimmen, so empfiehlt es sich, diese einfache Eichung vor oder nach der Untersuchung der in Frage stehenden Flüssigkeit vorzunehmen.

Beispiel. Nach der eben mitgeteilten Eichung mit destilliertem Wasser wurde der Brechungsexponent von thiophenfreiem Benzol gemessen und gefunden:

t	α	
17,7°	37° 32′	Mittel:
17,9°	37° 34,5′	17,9° C.
18,0°	37° 36′	37° 35′; korrigiert 37° 35′ − 1,5′ = 37° 33,5′.
18,1°	37° 36,5′	

Zu $37^0\,30'$ gehört $n = 1{,}50233$, zu $37^0\,40'$ 1,50139.

Für eine Minute ändert sich also n um 9,4 Einheiten in der fünften Dezimalstelle, welche Zahl man in der dritten Spalte der Tabelle klein als Δn angegeben findet. 3,5′ entspricht also eine Änderung von n um $9{,}4 \times 3{,}5 = 33$ Einheiten der fünften Stelle. Da n mit wachsendem α abnimmt, entspricht also dem gefundenen Winkel $37^0\,33{,}5'$ der Brechungsindex

$$n = 1{,}50233 - 0{,}00033 = 1{,}50200;$$

d. h.

$$n_D^{17{,}9^0} \text{ von Benzol ist } = 1{,}50200.$$

---

[1] In unserem Fall

$$\frac{x}{1{,}33348 - 1{,}33315} = \frac{10'}{1{,}33348 - 1{,}33270}; \quad x = 10'\,\frac{0{,}00033}{0{,}00078} = 4{,}2';$$

$\alpha = 67^0\,10' + 4{,}2'$; auf halbe Minuten abgekürzt $67^0\,14'$.

Man sieht an dem Beispiel, wie mit steigender Temperatur die Werte von α deutlich steigen, also die Brechungsexponenten deutlich abnehmen!

Die Tabelle, auf welche hier Bezug genommen ist, findet man auf S. 104ff. vollständig abgedruckt.

V. „Neukonstruktion".

(Siehe Fig. 9 S. 23.)

Pulfrich hat an dem Apparat bei der Neukonstruktion 1895 eine Reihe von Verbesserungen angebracht, welche die Genauigkeit und vor allem die Verwendbarkeit des Instrumentes, was Lichtart und Temperaturgebiet betrifft, wesentlich vergrößern, ohne die Einfachheit der Beobachtung und Rechnung erheblich zu ändern.

Alle Apparatteile befinden sich dauernd in der zum Gebrauch richtigen Lage oder können durch einen schnellen Handgriff dahin gebracht werden, so daß auch das kompliziertere Instrument ohne Zentrierung und Justierung jederzeit gebrauchsfähig ist. Zur Berechnung dienen, wie bei dem einfachen Refraktometer, Tabellen, welche die gesuchten Werte mit Hilfe einer einfachen Interpolation, Addition oder Subtraktion, ergeben.

Die Sammellinse, welche das Licht auf das Prisma wirft, das Kondensorsystem *P*, ist mit einer Feineinstellung versehen, welche *P* so auf und nieder zu bewegen gestattet, daß man leicht ein scharfes (reelles) Bild der Lichtquelle auf die Grenze Glas—Flüssigkeit werfen kann. Vor allem aber ist hinter dem Kondensor eine *Blende.* Klappblende angebracht (in der Figur fortgelassen), ein geschwärztes Blechstück mit Handgriff und gezähntem unteren Rand, das drehbar ist und so weit heruntergeklappt werden kann, daß nur ein ganz schmaler Lichtfleck passiert und eine Überdeckung der einzelnen Farbenstreifen beim Austritt des zerlegten Lichtbüschels ins Fernrohr nur in Ausnahmefällen stattfinden kann (vgl. S. 10—11).

Als inhomogenes, aber spektral leicht aufzulösendes Licht kommt fast ausschließlich das Wasserstoffspektrum eines Geisslerrohrs in Frage, dessen hellste Linien im Rot, Blaugrün und Violett liegen (vgl. Tab. III S. 7).

Da der untere Rand der Blende gezähnt ist, ist die Abblendung ungleichmäßig und der untere Rand des Lichtstreifens verwaschen, im Gegensatz zu dem oberen scharfen Rand, auf den eingestellt wird. Je stärker man abblendet, desto schärfer wird die Begrenzung der Linien, aber desto weniger Licht gelangt in das Fernrohr. Man

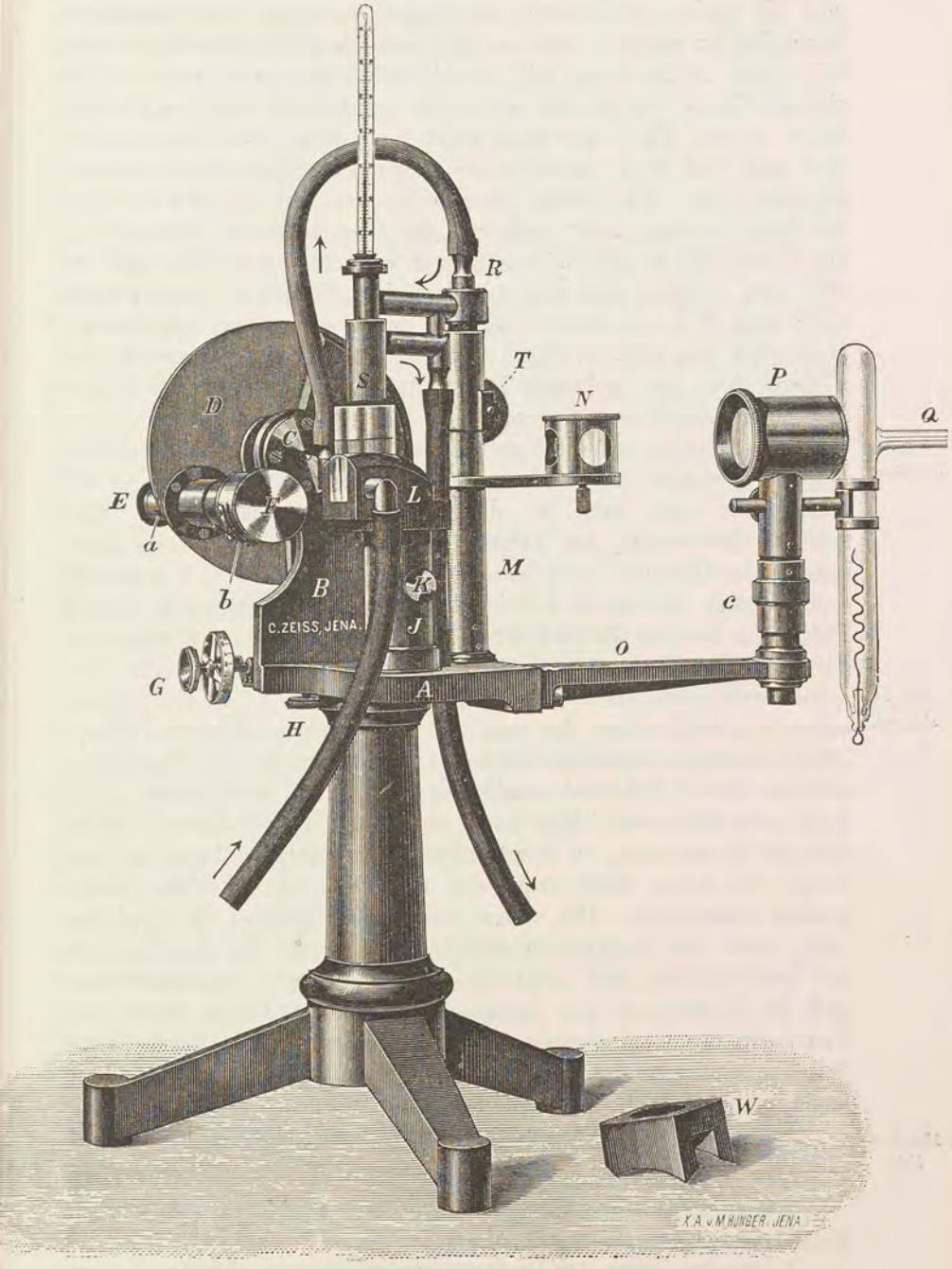


Fig. 9.

muß die geeignetste Stellung der Klappblende also durch Probieren herausfinden: während man auf Rot und Blaugrün fast immer, auch bei starker Abblendung, mühelos einstellen kann, darf man bei der violetten Linie, die an sich schwächer ist und von manchen Flüssigkeiten stärker absorbiert wird, meist nicht weit abblenden. Anderseits muß man wohl darauf achten, daß die einzelnen Linien deutlich getrennt sind. Das hängt aber nicht nur von der Art der Abblendung, sondern mehr noch von der Dispersion des Prismas und der Flüssigkeit ab (vgl. S. 12—13) und ist unter Umständen nicht zu erreichen. Kommt man also mit dem einen Prisma des Instrumentes nicht zum Ziel, so tauscht man es gegen ein zweites mit anderer Dispersion um (vgl. S. 25). Speziell bei der Untersuchung von Flüssigkeiten mit mehreren Doppelbindungen ist ein stark dispergierendes Prisma zu benutzen.

Beleuchtung. Im Gegensatz zu der primitiven Linse bei dem vorher besprochenen Apparat gestattet das Kondensorsystem *P* der „Neukonstruktion“ die Lichtquelle ganz nahe an den Apparat heranzubringen. Eine störende Erwärmung von Prisma und Flüssigkeit tritt dabei nicht ein, da das Geisslerrohr *Q* kaum Hitze entwickelt. Das Kondensorsystem trägt auf der dem Prisma abgewandten Seite einen kleinen Halter, in den das Geisslerrohr ein für allemal in seiner wirksamsten Stellung eingeklemmt wird. In der Figur ist der Halter nur schematisch gezeichnet.[1] Man stellt das Geisslerrohr so ein, daß auf einem Papierblättchen, das man vor die Grenze Flüssigkeit—Prisma bringt, ein kleines scharfes und helles Bild der leuchtenden Kapillaren sichtbar wird.[2] Die Horizontalfläche des Prismas muß diesen Lichtkreis etwa halbieren. Man kann auch den tiefgeschraubten Silberzylinder *S* des unten zu beschreibenden Heizkörpers benutzen; auf dessen unterstem Ende muß sich noch ein Stückchen des Lichtkreises abzeichnen. Um diese wirksamste Stellung zu erreichen, muß, wenn der Apparat vollständig in Ordnung ist, die Kapillare des Geisslerrohrs dem Zentrum des Kondensors gegenüberstehen und die Fortsetzung von dessen Achse bilden. Durch Hoch- und Tiefstellen des Geisslerrohrs bzw. des Kondensors und durch kleine Seitenbewegungen des Geisslerrohrs ist die wirksamste Stellung leicht zu finden. In ihr wird das Rohr festgeschraubt.

Einstellung.

Natriumlicht. Um neben dem Wasserstoffspektrum noch gelbes Licht benutzen

[1] In Fig. 9 ist aus Raummangel nur die eine Hälfte des ⊢ förmigen Geisslerrohrs abgebildet. Vgl. auch Fig. 19 S. 57.

[2] Über eine andere Art der Einstellung, welche bei gefärbten Körpern von Vorteil sein kann, vgl. S. 59.

zu können, d. h. das (fast) homogene Licht einer Bunsenflamme mit einem Natriumsalz, ist das Instrument mit einem drehbaren Reflexionsprisma N versehen, das auf der dem Licht zugekehrten Seite eine Sammellinse trägt. Die Drehbarkeit des Prismas ist durch zwei „Anschläge" begrenzt: in der einen Grenzstellung ist es so weit herumgeklappt, daß es das Licht des Geisslerrohrs ungehindert passieren läßt, in der anderen wirft es das Licht eines 20—30 cm hinter dem Refraktometerprisma aufgestellten Natriumbrenners in den Flüssigkeitstrog. Auch der Bunsenbrenner behält ein für allemal seine Stellung. Da die Flamme viel Wärme ausstrahlt, der Brechungsexponent der meisten Flüssigkeiten aber von der Temperatur sehr stark abhängt, beleuchtet man nicht länger als nötig und schaltet in den Strahlengang zwischen Brenner und Instrument eine Glasplatte oder ein Akkumulatorglas mit Wasser ein.

Durch die begrenzte Beweglichkeit des Hilfsprismas N ist die Auswechslung der Lichtquellen denkbar bequem auszuführen.

Prismen.

Statt des einen Prismas, das der „kleine Apparat" meist nur besitzt ($N_D = 1{,}62$), können der Neukonstruktion nach Wunsch mehrere mit verschiedener Refraktion und Dispersion beigegeben werden. Jedes Prisma ist auf seinem Gestell fest montiert und wird — auf Wunsch — mit fertig aufgekittetem Flüssigkeitstrog geliefert, so daß es zur Messung nur auf den Dreikant gesetzt und festgeschraubt zu werden braucht.

Das gewöhnlich benutzte Prisma I bricht und zerstreut das Licht am schwächsten: $N_D = 1{,}622$; $N_v - N_r = 0{,}028$. Prisma II eignet sich für stärker brechende und zerstreuende Flüssigkeiten: $N_D = 1{,}747$; $N_v - N_r = 0{,}044$; noch stärker ist das (nur selten benötigte) Prisma III: $N_D = 1{,}907$; $N_v - N_r = 0{,}069$.

Die bei der Neukonstruktion im Jahre 1895 für die Prismen benutzten Glasschmelzen I, II und III waren nach einer Reihe von Jahren aufgebraucht und mußten durch neue Schmelzen ersetzt werden. Dabei ist es kaum möglich, ein absolut identisches Glas zu liefern. Die Werte der Brechung und Dispersion differieren leicht um einige Einheiten der vierten oder fünften Dezimale; der allgemeine Charakter der Schmelze wird aber sicher wieder getroffen. Die aus den neuen Schmelzen hergestellten Prismen wurden mit I^a usw. bezeichnet. Zurzeit werden bereits die dritten Schmelzen I^b, II^b, III^b verwendet.

Wohl zu beachten ist, daß der Brechungsexponent der Gläser in erster Linie von ihrem Bleigehalt abhängt, und daß mit diesem auch die Empfindlichkeit des Glases gegen mechanische Verletzungen und chemische Einwirkungen wächst. Die Flüssigkeiten dürfen daher nie länger als zur Beobachtung nötig ist, im Zylinderchen verbleiben; die Glaszylinder sind sehr vorsichtig mit etwas Benzol

zu spülen und einem weichen staubfreien Leinenlappen[1] zu reinigen, die Prismenflächen nur mit einem Stück weichen Waschleders, das mit einem Tropfen Alkohol oder Benzol befeuchtet ist. Die Prismen II und III bewahrt man am besten in dem beigegebenen Kästchen, nicht an der freien Laboratoriumsluft auf. Die polierten Flächen der Prismen (die horizontale und vertikale) dürfen nicht mit der Hand berührt werden! Da der Glaszylinder im Laboratorium meist mit Hausenblase oder dgl. auf das Prisma gekittet ist, verbietet sich jede Berührung mit Wasser. Bei der Lieferung ist er meist mit dem beständigeren Bleiglätte-Glycerinkitt aufgesetzt.

Damit die Dreikantfläche nicht verstaubt, lasse man Prisma I stets darauf und verwahre den ganzen Apparat in dem mitgelieferten Kasten. Man läßt das Refraktometer zu dem Zweck auf dem Fußbrett angeschraubt und markiert sich auf dem Beobachtungstisch genau den Platz für das Brett! Will man das Geisslerrohr nicht entfernen, so verschließt man den fertig montierten Apparat in einem gut schließenden Schrank, wo er vor den Dämpfen und Gasen des Laboratoriums geschützt ist.

Heizvorrichtung. Der größte Fortschritt bei der „Neukonstruktion" ist wohl die Anbringung einer Temperiervorrichtung, mit deren Hilfe man durch Spülung mit Eiswasser, Leitungswasser, warmem Wasser oder Dampf jede Temperatur von ca. 5—100° konstant halten kann; man ist also nicht mehr wie bei dem kleinen Apparat auf die Untersuchung der bei „Zimmertemperatur" flüssigen Substanzen beschränkt. Da sich die Brechungsexponenten der Gläser mit der Temperatur verändern, wenn auch ganz erheblich weniger, als die der Flüssigkeiten, so muß man, um wohldefinierte Verhältnisse zu haben, nicht nur die Flüssigkeit, sondern auch das Prisma temperieren, und man muß den veränderten Brechungsexponenten des Glases in Rechnung setzen. (Vgl. S. 36f.) Jede Temperaturdifferenz zwischen Flüssigkeit und Glas würde überdies Schlieren und somit unscharfe Bilder verursachen!

Die Heizvorrichtung, die dauernd mit dem Refraktometer verbunden bleibt, ist folgendermaßen eingerichtet (s. Fig. 9 u. 10): Das Prisma ist von einem Hohlkörper umgeben (*L* auf Fig. 9), der nur die beiden plangeschliffenen Flächen frei läßt. Diesen Raum durchspült das Wasser oder der Dampf, dessen Wegrichtung auf jener Abbildung durch die Pfeile veranschaulicht ist. Dann tritt das Wasser durch einen Verbindungsschlauch in den Heizkörper für die

[1] Altes, durch vieles Waschen weich gewordenes Zeug, wie Taschentuch, Serviette oder Windel.

Flüssigkeit *S*, der in der nachstehenden Fig. 10 für sich skizziert ist. *L* ist wieder ein Teil der Heizvorrichtung für das Prisma. Das Wasser streicht an dem Thermometer vorbei, das mit einem Stückchen Gummischlauch in ein Gewindestück eingesetzt ist und mit dem Gewinde herausgeschraubt werden kann. Der glatte Boden der Heizvorrichtung, an den das Wasser trifft und seine Stromrichtung ändert, wird der Prismenfläche bis auf etwa 1 mm genähert. Dadurch wird erzielt, daß man äußerst wenig Flüssigkeit braucht und diese rasch und sicher die Temperatur des Thermometers und des Prismas annimmt. Das Wasser (oder der Dampf) strömt weiter durch die äußere konzentrische Röhre der Heizvorrichtung nach oben und seitwärts ab. Um die Wärme gut zusammenzuhalten, stülpt man vor dem Eintauchen der Heizvorrichtung in die Flüssigkeit ein passend geschnittenes Holzstück mit zentraler Bohrung über den Glaszylinder und das Prisma (*W* in der großen Abbildung Fig. 9). Dieser Holzkragen blendet zugleich falsches Licht ab. Wie schon oben (S. 24) erwähnt, kann der unterste Teil von *S* bequem zur richtigen Einstellung des Lichts vom Geisslerrohr benutzt werden.

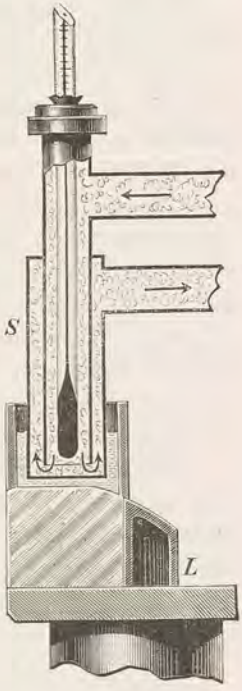


Fig. 10.

Die Bewegung der Temperiervorrichtung geschieht folgendermaßen: Mit einem Zahntrieb, der durch die Schraube *T* (Fig. 9) in Bewegung gesetzt wird, kann die Heizvorrichtung gesenkt und gehoben werden; ferner ist der Heizkörper um die Säule *M* drehbar, die auch das Reflexionsprisma für das Natriumlicht trägt. Der Heizkörper kann, soweit es die Anschläge gestatten, um einen kleinen Winkel zur Seite geklappt werden. Um die Verdunstung der zu untersuchenden Flüssigkeit im Zylinder einzuschränken, ist über den unteren Teil des Heizkörpers eine (in der Figur fortgelassene) Metallmanschette geschoben, die den Glaszylinder oben abschließt. Das Material der Heizvorrichtung ist dünnes Silberblech oder auch bei neueren Apparaten dünnes Glas. Die Temperatur von Prisma, Flüssigkeit und Thermometer gleicht sich rasch und so vollkommen aus, daß man — konstante Heizung und gleichmäßige Strömung vorausgesetzt — nach wenigen Minuten bei Tempera-

turen bis fast 100° ebenso scharfe Bilder erhält, wie bei Zimmertemperatur.

Untersucht man halogenhaltige Substanzen, so ist es ratsam, den silbernen Heizkörper und das Prisma sofort nach beendeter Bestimmung zu säubern oder einen gläsernen Körper zu benutzen.

Kleine, aber wichtige Handgriffe bei der Temperierung findet man in dem Abschnitt XII S. 56 f.

Das Fernrohr *F* (Fig. 9) hat bei der Neukonstruktion seine Gestalt etwas geändert. Es ist nicht im rechten Winkel gebrochen, sondern gerade; dafür trägt es am Objektivende im Inneren bei *F* ein Reflexionsprisma, das das seitlich eintretende (von Flüssigkeit und Prisma kommende) Licht in der Richtung der Fernrohrachse nach vorn weiter lenkt. Die seitliche Öffnung am Objektiv ist bis auf einen kleinen elliptischen Spalt abgeblendet; die Blende kann durch eine kleine Drehung der Verschlußplatte gegen andere halb so große Blenden ausgewechselt werden; doch ist das für unsere Zwecke kaum von Bedeutung (vgl. Anhang: Differenzprisma). Man kann die Fernrohröffnung zum Schutze der Optik durch eine weitere Drehung der Verschlußplatte ganz schließen.

Fernrohr. Das Fernrohr ist mit dem massiven Teilkreis *D* fest verbunden und durchsetzt diesen. Die Teilung von Teilkreis und Nonius ist dieselbe wie beim kleinen Apparat. Teilkreis und Fernrohr sind, wie beim kleinen Apparat, durch eine unten am Teilkreis befindliche Schraube *H* (die sogenannte „Axialklemme") festzustellen und können dann nur noch mit der Mikrometerschraube *G* bewegt werden.

Über die an dieser angebrachten wichtigen Änderungen vgl. S. 30.

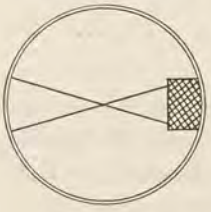


Fig. 11.

Nullpunkts-Kontrolle. Die Okularmuschel *E* wird so gedreht, daß man das Fadenkreuz haarscharf sieht. Alsdann bietet das Gesichtsfeld das nebenstehende Bild Fig. 11. Die Fäden des Fadenkreuzes bilden miteinander einen Winkel von etwa 45°; auf der rechten Seite springt ein undurchsichtiger, rechteckiger Keil vor, der das eine Ende des Fadenkreuzes verdeckt. Es ist dies die Vorrichtung zur Kontrolle des Nullpunktes. Zwischen Okular und Fadenkreuz (bei *a* in Fig. 9) befindet sich außen seitlich am Fernrohr ein durch ein kleines Reflexionsprisma geschlossenes Fenster. Das von der Seite eintretende Licht wird von der Hypotenusenfläche des Prismas etwa in der Richtung der Fernrohrachse reflektiert, beleuchtet also das im Gesichtsfeld verdunkelte Ende des Fadenkreuzes; dieses spiegelt sich in der vertikalen Fläche des großen Refraktometerprismas, wenn

die Objektivöffnung des Fernrohrs diesem gegenübersteht. Der Lichtstrahl wird von der Prismenfläche, wenn das Fernrohr genau senkrecht zu ihr steht, in einem kleinen Winkel zur Fernrohrachse im Fernrohr zurückgeworfen und das Spiegelbild des Fadenkreuzendes erscheint daher bei richtiger Stellung des Fernrohrs zum Prisma und bei geeigneter Beleuchtung des Fernrohrfensterchens wieder im Gesichtsfelde, nur etwas nach links verschoben. Das möge die folgende schematische Skizze veranschaulichen, in der der Einfachheit halber das Objektiv und das daneben befindliche Reflexionsprisma des Fernrohrs fortgelassen sind.

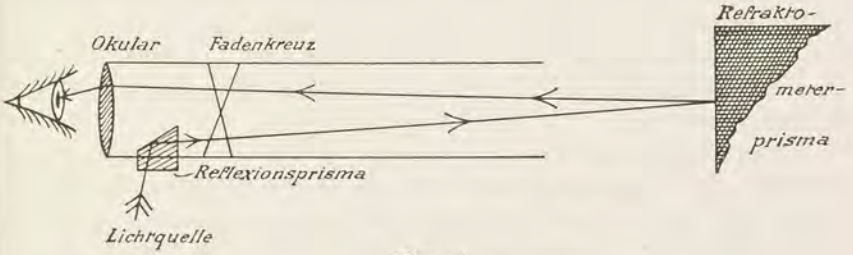


Fig. 12.

Ist der Apparat vollständig in Ordnung, d. h. steht das Refraktometerprisma nach dem Anziehen der Dreikantschraube mit der einen Fläche vollkommen vertikal, ist die Teilung vollständig richtig und sind die Nullpunkte von Teilkreis und Nonius genau zur Deckung gebracht, so fällt das Spiegelbild des rechten Fadenkreuzendes genau mit dem linken Fadenkreuzende zusammen. Ist der Apparat nicht ganz in Ordnung, so sieht man — wenn sich die beiden Nullpunkte decken — das Spiegelbild neben dem reellen Fadenkreuz. Vgl. Fig. 13, wo P das kleine Prisma, P' sein Spiegelbild ist. Man kann den Fehler des Apparates leicht ermitteln, indem man den Winkel bestimmt, um den man das Fernrohr mit Hilfe der Mikrometerschraube verstellen muß, damit eine ganz scharfe Deckung von Bild und Spiegelbild erzielt wird. Die Differenz gegen die Nullstellung ist dann die an allen weiteren Ablesungen anzubringende Korrektur. Bei genauen Untersuchungen, wo es auf $^1/_2$ oder 1′ ankommt, ist diese Korrektur von Zeit zu Zeit zu bestimmen.

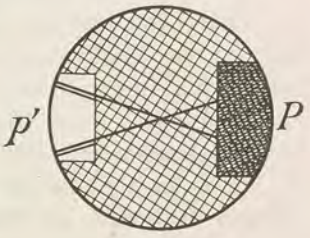


Fig. 13.

Es kann vorkommen, daß man nicht das in der Fig. 13 gezeichnete Bild erhält, sondern daß die gespiegelten Stückchen Fadenkreuz beide außerhalb oder innerhalb des reellen Fadenkreuz liegen. In dem Fall stellt man so ein, daß die beiden Bilder zueinander symmetrisch sind $\gtrless$ und bringt die Korrektur, d. h. den Winkel, um den man gegen die Nullstellung hat verschieben müssen, um Symmetrie zu erhalten, in der üblichen Weise an.

Mikrometerschraube. Die letzte und sehr wichtige Verbesserung, welche Pulfrich bei der Neukonstruktion seines Instrumentes angebracht hat, betrifft die Mikrometerschraube *G*. Diese dient bei dem verbesserten Apparat nicht nur zur Feineinstellung, sondern zugleich zur Messung von kleinen Verschiebungen des Fernrohrs. Sie tritt selbstverständlich nur in Wirksamkeit, wenn die Feststellschraube oder Axialklemme *H* fest angezogen ist.

Zum Zweck der Messung ist die Ganghöhe der Mikrometerschraube so abgeglichen, daß sich das Fernrohr bei einer vollen Umdrehung der Schraube um genau 20 Minuten, also bei drei vollen Umdrehungen um 1° vorwärts oder rückwärts bewegt. Die Messung der Winkelverschiebungen geschieht, wie üblich, mit Trommel und Lineal. Zwischen dem geriefelten Schraubenkopf, an welchem man dreht, und dem Gewinde ist eine geteilte Trommel angebracht. Da sie 20 numerierte große Teilstriche trägt (der zwanzigste ist allerdings nur mit 0 bezeichnet!) und jedes große Intervall noch in Zehntel geteilt ist, liest man mühelos noch $^1/_{10}{}'$ ab; die Zehntel des kleinsten Intervalls — also Hundertstel Minuten — zu schätzen, ist zwecklos!

Messung. Die Trommel bewegt sich beim Drehen der Mikrometerschraube an einem geteilten Lineal, dem „Index“, vorbei, der zur Zählung der ganzen Umdrehungen dient. Jeder Umdrehung, also 20′, entspricht ein Intervall zwischen zwei Teilstrichen; drei Intervalle entsprechen also einem Grad; dementsprechend ist jeder dritte Teilstrich besonders markiert und numeriert. Man liest mit einer Lupe ab, an welcher Stelle des Lineals die Kante der Trommel steht und welcher Teilstrich der Trommelteilung vom Lineal gerade geschnitten wird. Die Ablesung vom Index sei z. B. $2^0 + 1$ Intervall, d. h. $2^0\ 20'$. Die geteilte Kante des Lineals schneidet die Trommelskala z. B. bei 15,6; dann ist die Gesamteinstellung

$$2^0 + 20' + 15{,}6' = 2^0\ 35{,}6'.$$

Man lese bei dieser Stellung der Trommel die Kreisteilung so genau als möglich ab und verschiebe nun das Fernrohr mit der Mikro-

meterschraube um einen beliebigen Winkel vor- oder rückwärts, lese wieder die Trommelteilung und den Index sowie die Kreisteilung ab und überzeuge sich davon, daß die Differenzen der beiden Kreisablesungen und der beiden Mikrometerablesungen innerhalb der Fehlergrenzen, d. h. bis auf $^1/_2$—1^0, gleich sind.

Daß die Mikrometerskala nur zur Differenzbestimmung dienen kann, ist selbstverständlich; denn nach dem Lösen der Feststellschraube kann man Fernrohr + Teilkreis unabhängig von der Mikrometerschraube frei bewegen und der letzten Ablesung am Mikrometer entspricht nun ein beliebiger anderer Winkel der Kreisskala! Aber zur Bestimmung von Differenzen ist die Mikrometervorrichtung bequem und genau, vorausgesetzt, daß das Fernrohr ganz festgestellt ist.

Toter Gang.

Bei den Einstellungen mit der Mikrometerschraube ist auf folgendes genau zu achten: Jede Mikrometerschraube hat etwas „toten Gang". Man kann zu verschiedenen Einstellungen gelangen, wenn die letzte Drehung links herum oder rechts herum erfolgt ist. Man stelle daher stets von derselben Seite her auf die scharfe obere Grenze von hell und dunkel ein. Und zwar empfiehlt es sich, sich mit dem Fadenkreuz der Grenzlinie von unten her zu nähern, so daß sich der Schnittpunkt der Fäden schon vor der Grenze auf dem hellen Grunde des farbigen Streifens scharf abhebt. Liest man also zunächst die oberste rote Linie ab und dann die nächst tiefere blaugrüne, so geht man mit dem Fadenkreuz von oben her zunächst über die Grenze dunkel—blau ein wenig hinaus, bis man das Kreuz deutlich sieht und dreht dann die Schraube zurück, bis sich der Schnittpunkt des Fadenkreuzes und die Grenze scharf decken.

Bei Rot, Gelb und Blau wird das Licht stets intensiv genug sein, um das Fadenkreuz vor dem farbigen Grunde zu erkennen. Bei der violetten Wasserstofflinie ist das mitunter nicht der Fall, selbst wenn man den elektrischen Strom nach Möglichkeit verstärkt und nur schwach abblendet. Man bewegt dann eine elektrische Handlampe, um das gesamte Gesichtsfeld schwach zu erleuchten, oder stellt sich durch spaltweises Öffnen des dunklen Fenstervorhanges oder durch Reflexion einer Lichtquelle an einem weißen Stück Papier die nötige diffuse Beleuchtung im Gesichtsfeld her, um nebeneinander das Fadenkreuz und die schwache violette Linie zu sehen.

Gang der Messung.

Man stellt zunächst auf die stets deutliche rote Wasserstofflinie ein, anfangs durch grobe Bewegung des Fernrohrs, dann nach dem Anziehen der Axialklemme *H* mit Hilfe der Mikrometerschraube. Nach der Einstellung liest man sowohl am Teilkreis, wie auch an

der Mikrometervorrichtung ab. Bei den anderen Lichtarten (blaue und violette Wasserstoff- und gelbe Natriumlinie) braucht man nur noch an der Mikrometerteilung abzulesen und die Differenzen gegen die erste Mikrometerablesung zu der einen Ablesung am Teilkreis zu addieren (bzw. bei anomaler Lage der Linien sie zu subtrahieren).

Bei weit auseinander gezogenen Spektren, wie man sie z. B. meist mit Prisma II^b erhält, wo die Dispersion des Prismas erheblich größer ist als diejenige der Flüssigkeit, muß man darauf achten, daß man sich beim Einstellen auf die rote Wasserstofflinie ganz im Anfang der Mikrometerteilung befindet, sonst kann es vorkommen, daß man beim Einstellen auf die violette Linie aus dem Meßbereich der Mikrometerteilung herausdreht! Vgl. z. B. das nachfolgende Zahlenbeispiel: Untersuchung von Benzol mit Prisma II^b!

Zu Anfang scheue man die kleine Mühe nicht, bei allen Einstellungen beide Skalen abzulesen, um sich zu vergewissern, daß die Differenzen die gleichen sind und um die Rechnung mit den Mikrometerablesungen, bei der sich der Anfänger mitunter irrt, an den direkten Ablesungen an der Hauptskala zu kontrollieren.

Besondere Trogformen. Zur Untersuchung von Flüssigkeiten, von denen nur wenige Tropfen zur Verfügung stehen, liefert die Firma Zeiss besondere Flüssigkeitszylinder: sie sind kurze, dickwandige Glasröhren, deren innere Weite etwa 5 mm beträgt. Das eine Ende ist senkrecht zur Rohrachse abgeschliffen und poliert. Man setzt die Röhre ohne Kittmitel auf die obere Prismenfläche auf und füllt den Tropfen ein. Bei diesen Röhrchen muß man wohl darauf achten, daß der Lichtfleck vom Geisslerrohr scharf in die Flüssigkeit fällt. Eine Temperaturbestimmung ist mit Hilfe von Thermometern mit besonders kleinem Quecksilbergefäß (Anschütz-Thermometer z. B.) möglich. Man muß das Thermometer so aufhängen, daß die Kugel gerade in die Flüssigkeit taucht. Für die meisten Fälle dürfte es genügen, ein Thermometer neben dem Trog aufzuhängen.

Auch liefert die Firma Zeiss Gefäße mit planparalleler Bodenplatte nebst Stöpsel und Thermometer, die man mit Hilfe eines Tropfens Monobromnaphtalin oder Methylenjodid auf die Prismenfläche aufsetzt. Das Glas besitzt einen Brechungskoeffizienten $N = 1{,}65$. Das Licht kann also, auch wenn die zu untersuchende Flüssigkeit so stark bricht, daß Prisma II benötigt wird, seinen Weg aus der Flüssigkeit in das Prisma ungehindert fortsetzen. Für die Ausnahmefälle, wo n größer als 1,65 ist, ist ein solcher Trog allerdings unbrauchbar (vgl. über solche Zwischenflüssigkeiten S. 42, Heeles Refraktometer).

Schutz für das Fernrohr. Bei ungeschicktem und unvorsichtigem Arbeiten kann es mitunter vorkommen, daß beim Abnehmen der Schläuche für die Wasserspülung oder beim Abheben des Prismas ein Tropfen Wasser oder Substanz in die Blende des Fernrohrs bei F eindringt, was stets eine zeitraubende Reinigung und Reparatur des Instrumentes in der Werkstatt von Zeiss nach sich zieht. Um dem für alle Fälle vor-

zubeugen, empfiehlt es sich, eine gut schließende Kappe aus Pappe oder dgl. anfertigen zu lassen, welche bei F' aufgestülpt und nur für die kurze Zeit der eigentlichen Messung abgenommen wird.

Zum besseren Verständnis des über die „Neukonstruktion" Gesagten möge ein vollständiges Meßbeispiel folgen.

VI. Zahlenbeispiel für das große Pulfrichsche Refraktometer.

Zur Untersuchung gelangt das gleiche Präparat von thiophenfreiem Benzol, das auch mit dem kleinen Apparat untersucht war (vgl. S. 21); nur war es frisch über Natrium destilliert.

Da Benzol mit seinen drei Doppelbindungen stark dispergiert, ist das Spektrum bei Benutzung von Prisma I^b sehr schmal, auf knapp 30′ zusammengedrängt; also wurde (vgl. S. 25) das Prisma II^b verwendet.

Nullpunktskontrolle.

Vor der Untersuchung wurde der Nullpunkt des Instruments kontrolliert (vgl. S. 28 u. f.). Wenn die Nullpunkte von Hauptskala und Nonius genau zur Deckung gebracht wurden, stand das Mikrometer (zufällig) bei 1° 26,4′! Das Spiegelbild des einen Fadenkreuzendes deckte sich nicht vollkommen mit dem reellen anderen Ende. Würden die Fäden vollständig zur Deckung gebracht, so zeigte die Mikrometerskala 1° 25,3′. Diese Differenz von rund einer Minute wurde mehrmals gefunden (Unsicherheit $\pm$ 0,1′). Die kleine Abweichung war also reell; von jeder Ablesung an der Hauptskala muß also bei unseren Messungen 1′ in Abzug gebracht werden, was bei den weiterhin mitgeteilten Werten von α bereits geschehen ist.

Ferner wurde, da ein Blick in das Fernrohr zeigte, daß das Spektrum sehr weit auseinander gezogen ist, die Mikrometerschraube so weit nach rechts (etwa bis $-0°20'$) verschoben, als nur möglich ist.

Während die rote und violette Wasserstofflinie bei I^b knapp 30′ auseinander lagen, ist die Differenz bei II^b fast 5° 30′! Die Dispersion von II^b ist eben viel stärker als diejenige von I^b.

Reihenfolge.

Läßt man das Kühlwasser nicht genügend stark laufen, so kann die Flamme des großen Bunsenbrenners (Na-Licht) trotz Glasscheibe und Wasserkühlung eine merkliche Erwärmung von Prisma und Substanz hervorbringen. Aus dem Grunde empfiehlt es sich, die Ablesungen in folgender Reihenfolge zu machen:

Rote Wasserstofflinie (C), blaue (F), violette (G'), Natrium-

linie (*D*), Natriumlinie, violette, blaue, rote Wasserstofflinie. Steigt die Temperatur regelmäßig an, so ist bei dieser Reihenfolge die mittlere Temperatur, bei der für jedes Licht abgelesen wird, doch die gleiche. Man läßt die Na-Flamme ferner nicht länger und nicht größer brennen, als gerade erforderlich ist, um scharf einstellen zu können.

Ablesungen. Ablesungen (mittlere Temperatur 17,07—17,10°):

C		*F*	
Kreis	Mikrometer	Kreis	Mikrometer
62° 17,5′	− 0° 9,3′	65° 27,5′	3° 0,7′
62° 19,5′	− 0° 7,0′	65° 28,5′	3° 2,3′
62° 18,5′	− 0° 8,2′	65° 28,0′	3° 1,5′

G′ (schlecht sichtbar)		*D*	
Kreis	Mikrometer	Kreis	Mikrometer
67° 43,5′	5° 16,3′	63° 8,0′	0° 42,4′
67° 40,5′	5° 14,2′	63° 9,0′	0° 42,9′
67° 42,0′	5° 15,3′	63° 8,5′	0° 42,7′

Die zweiten Ablesungen, die bei etwas höherer Temperatur gemacht wurden, sind, den kleineren Werten von n entsprechend, bei *C*, *F* und *D* ein wenig höher. Für *G′* war die Einstellung auf einige Minuten unsicher.

Nimmt man die Einstellungen an beiden Skalen für die glänzende, rote Wasserstofflinie als sicher an, so hätte man für *F*, *G′* und *D* nach den Dispersionsmessungen mittels der Mikrometerskala folgende Ablesungen am Teilkreis erhalten müssen:

D berechnet beobachtet

62° 18,5′ + (42,7′ − [− 8,2′]) = 63° 9,4′ statt 63° 8,5′

F

62° 18,5′ + (3° 1,5′ − [− 8,2′]) = 65° 28,2′ statt 65° 28,0′

G′

62° 18,5′ + (5° 15,3′ − [− 8,2′]) = 67° 42,0′ identisch mit dem abgelesenen Wert.

Die Beobachtungsreihe ist also in sich bis auf etwa 1′ (*D*-Linie!) richtig.

Mit folgenden Werten wurde gerechnet:

C	*D*	*F*	*G′*	
62° 18,5′	63° 9,0′	65° 28,0′	67° 42,0′	$t = 17{,}1°$

Berechnung. Die Tabellen B (S. 107 ff.) geben die Werte für n_D von 10 zu 10′ an, ferner ist unter Δ_n der Betrag aufgeführt, um den sich n in der fünften Dezimale ändert, wenn die Ablesung um 1′ anders wird.

Schließlich findet man die „Korrektionswerte für C, F und G'“. Mit diesen hat es folgende Bewandtnis: Setzt man in die Formel $n = \sqrt{N^2 - \sin^2 \alpha}$ nicht den für die D-Linie geltenden Wert N_D ein, der am Kopfe jeder Tabelle abgedruckt ist, sondern die entsprechenden Werte für N_C, N_F und $N_{G'}$, so resultieren die Werte für n_C, n_F und $n_{G'}$. Diese unterscheiden sich von den in der Tabelle mit fünf Dezimalen aufgeführten Werten von n_D um den unter C, F und G' angeführten Betrag, ebenfalls in Einheiten der fünften Dezimale ausgedrückt. n_C ist kleiner als n_D, n_F und $n_{G'}$ sind größer als n_D. Man benutzt die Tabelle in der Weise, daß man zunächst den zu der betreffenden Ablesung gehörigen Wert von n_D sucht und dann erst die Korrektionen anbringt, und zwar die für C abzieht, die für F und G' zuzählt.

Ferner ist wohl darauf zu achten, daß größeren Winkeln kleinere Indices entsprechen.

C. 62° 18,5′.

I. Berechnung für D: 62° 20′ ~		1,50626
− 1,5′ ~ + 1,5 × 8,0		
der fünften Stelle	+	12
		1,50638
II. Umrechnung auf C:	−	879
		1,49759

D. 63° 9,0′.

63° 10′	~	1,50233
− 1,0′ ~ + 1,0 × 7,8		
der fünften Stelle	+	8
		1,50241

F. 65° 28,0′.

I. Berechnung für D: 65° 30′ ~		1,49171
− 2′ ~ + 2 × 7,4		
der fünften Stelle	+	15
		1,49186
II. Umrechnung auf F:	+	2256
		1,51442

G'. 67° 42,0′.

I. Berechnung für D: 67° 40′ ~		1,48244
+ 2′ ~ − 2 × 6,9		
der fünften Stelle	−	14
		1,48230
II. Umrechnung auf G':	+	4257
		1,52487

VII. Einfluß der Temperatur auf den Brechungsindex des Prismas.

Einfluß der Temperatur auf N.

Bei der Berechnung der Tabelle B sind die Brechungsindices des Prismas, welche bei 20° gemessen worden sind, in Rechnung gesetzt. Nun ändern sich aber die Brechungsindices der festen Körper ebenfalls mit der Temperatur, wenn auch erheblich weniger als die der Flüssigkeiten.

Die Brechungsexponenten der Kristalle nehmen wie die der Flüssigkeiten mit steigender Temperatur ab, diejenigen der Gläser aber ändern sich in der entgegengesetzten Richtung. Auf den Grund dieser Erscheinung kann hier nicht eingegangen werden.

Die in den Tabellen aufgeführten Zahlen von n gelten also streng nur für 20° und für alle anderen Temperaturen ist eine Korrektur anzubringen; diese berechnet sich folgendermaßen: Es sei a der Temperaturkoeffizient von N, also die Änderung von N pro Grad, n' sei der mit N_{20° berechnete Brechungsindex der Flüssigkeit, n der mit dem richtigen Exponenten N_t berechnete; die Differenz zwischen beiden, also die gesuchte Korrektion sei x. Dann gelten folgende Gleichungen:

1. $n = n' + x$;

2. $n' = \sqrt{N_{20^\circ}^2 - \sin^2 \alpha}$; $\quad n'^2 = N_{20^\circ}^2 - \sin^2 \alpha$;

3. $n = \sqrt{[N_{20^\circ} + a(t - 20^\circ)]^2 - \sin^2 \alpha}$;

$$n^2 = N_{20^\circ}^2 + 2 N_{20^\circ} a(t - 20^\circ) + a^2 (t - 20^\circ)^2 - \sin^2 \alpha .$$

Durch Subtraktion von 3. und 2. folgt

$$n^2 - n'^2 = 2 N_{20^\circ} a(t - 20^\circ) + a^2 (t - 20^\circ)^2 .$$

Da a eine kleine Größe ist, kann man $a^2 (t - 20^\circ)^2$ ohne merklichen Fehler vernachlässigen. Also ist

$$n^2 - n'^2 = (n + n')(n - n') = 2 N_{20^\circ} a(t - 20^\circ) .$$

Da n und n' fast gleich sind, kann man die Gleichung schreiben:

$$2n(n - n') = 2 N_{20^\circ} a(t - 20^\circ),$$

$$n - n' = \frac{N_{20^\circ}}{n} a(t - 20^\circ) .$$

Durch Kombination mit 1. folgt

$$x = \frac{N_{20^0}}{n} a(t - 20^0).$$

Die Temperaturkoeffizienten a sind für die Prismenmaterialien genau bestimmt. a ist um so größer, je größer N ist, und hängt außerdem stark von der Lichtart ab. Für G' ist a etwa doppelt so groß als für C. Die folgende Tabelle gibt die Werte für a in Einheiten der fünften Dezimale; daneben stehen die Werte für einige Flüssigkeiten, wo die Verhältnisse nach allen Richtungen andere sind!

Tabelle V.

a oder $\frac{dN}{dt}$ bzw. $\frac{dn}{dt}$ für $t = 20^0$

in Einheiten der fünften Dezimale.

Prisma	C	D	F	G'
I.	+ 0,24	+ 0,28	+ 0,39	+ 0,50
II.	+ 0,70	+ 0,78	+ 1,05	+ 1,31
III.	+ 1,03	+ 1,21	+ 1,71	+ 2,26

Flüssigkeit	C bis G'	Flüssigkeit	C bis G'
Wasser . . .	− 8 bis − 9	Benzol . . .	− 59 bis − 64
Methylalkohol .	− 38 bis − 40	Schwefelkohlen-	
Anilin . . .	− 52 bis − 58	stoff . . .	− 80 bis − 90

In Tabelle C findet man die Werte von x für die verschiedenen Prismen und für die in Betracht kommenden Werte von n berechnet, sowie die Multipla. Diese Werte sind zu den nach der großen Tabelle berechneten Werten von n zuzuzählen, falls die Meßtemperatur über 20° liegt, und abzuziehen, falls die Meßtemperatur unter 20° liegt.[1]

Wie die Tabelle C ergibt, sind die Korrektionen für Prisma I^b klein und in vielen Fällen zu vernachlässigen, bei dem stark brechenden Prisma III^b übersteigen sie für Blau und Violett schon die Fehlergrenze, wenn die Temperatur um nur 3° von der Normaltemperatur 20° abweicht.

[1] Für das Prisma des kleinen Apparates, dessen Glas mit I^b fast identisch ist, kann man die für die D-Linie berechneten Korrektionen von I^b ohne Fehler benutzen. Doch ist N_D für das Prisma des kleinen Pulfrichschen Apparates bei 18° bestimmt worden; es sind also die Temperaturdifferenzen gegen 18°, nicht gegen 20°, in Rechnung zu setzen.

In unserem Fall, wo $n^{17°}$ von Benzol (mittlerer Brechungskoeffizient 1,50) zu berechnen ist, streifen sie gerade die Fehlergrenzen. Sie berechnen sich folgendermaßen:

C	$n = 1{,}50$	Korr. für	$17{,}1^0 - 0{,}00002$	$n_C^{17{,}1°}$	korr.	1,49757
D	$n = 1{,}50$	„ „	$17{,}1^0 - 0{,}00003$	$n_D^{17{,}1°}$	„	1,50238
F	$n = 1{,}51$	„ „	$17{,}1^0 - 0{,}00004$	$n_F^{17{,}1°}$	„	1,51438
G'	$n = 1{,}52$	„ „	$17{,}1^0 - 0{,}00005$	$n_{G'}^{17{,}1°}$	„	1,52482

Mit dem kleinen Apparat war $n_D^{17{,}9°}$ von nicht frisch destilliertem Benzol zu 1,50200 gefunden. Ein Grad Temperaturerhöhung erniedrigt n_D von Benzol um 0,00060; rechnet man $n_D^{17{,}9°}$ auf $n_D^{17{,}1°}$ um, so würde sich also ein um $0{,}8^0 \times 0{,}00060 = 0{,}00048$ höherer Wert ergeben, nämlich 1,50248, der von dem hier gefundenen um zehn Einheiten der fünften Dezimale abweicht, eine Differenz, die vollkommen innerhalb der erlaubten Grenzen liegt (vgl. S. 51).

VIII. Heelesches Refraktometer.

Das von der Firma H. Heele-Berlin hergestellte Refraktometer (Fig. 14) benutzt nicht, wie die Pulfrichschen Apparate, ein rechtwinkliges Glasprisma, sondern ähnelt dem in der Einleitung (S. 11) beschriebenen, theoretisch einfachsten Refraktometer, wie es in Fig. 5 schematisch skizziert ist. Das Wichtigste an dem Apparat ist der den Trog für die Flüssigkeit tragende Glaskörper (*H* in der Figur). Sein senkrechter Durchschnitt ist ein Kreisquadrant, um dessen Mittelpunkt das Fernrohr sich drehen läßt; in dem Mittelpunkt treten die Lichtstrahlen in den Flüssigkeitstrog und den Glaskörper ein. Man denke sich einen massiven niedrigen Glaszylinder mit senkrechter Achse und kreisförmiger Grundfläche geviertteilt: ein solches Viertel, also ein Zylindersektor, ist der Heelesche Glaskörper. Der Zylindersektor ist hochkant aufgestellt, die obere horizontale Fläche ist sorgfältig plangeschliffen und trägt am inneren Ende den Trog; der Zylindermantel verbindet diese horizontale Fläche mit der senkrecht stehenden Schnittfläche, welche optisch bedeutungslos ist. Sie sowohl wie die beiden seitlichen Quadrantenflächen sind von einer Metallfassung umgeben, die von Wasser durchspült wird, um das Prisma auf eine wohldefinierte Temperatur zu bringen. An der Mantelfläche des Zylindersektors gleitet das

Glaskörper.

geeignet geformte Objektiv des Fernrohrs entlang, um das austretende Licht aufzunehmen.

An der rechtwinkligen Kante des Glaskörpers tritt das Licht als weites Büschel in die Flüssigkeit des Trogs ein, wird in dem stärker brechenden Glasstück auf einen kleineren Winkel kom-

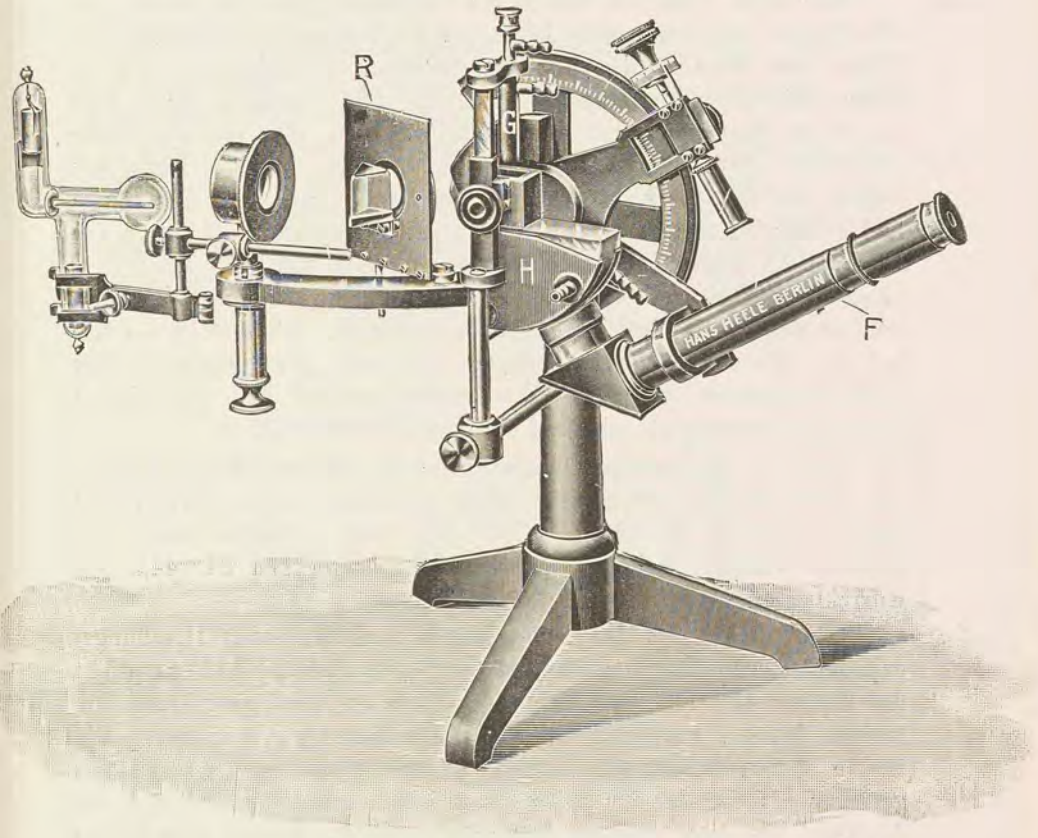


Fig. 14.

primiert und tritt ohne weitere Brechung in die Luft aus, da die Lichtstrahlen den Kreisquadranten radial durchsetzen (vgl. Fig. 5). Der streifend in die Flüssigkeit eintretende Strahl bildet beim Austritt in die Luft und das Fernrohr mit der Senkrechten den Winkel r, der am Teilkreis abgelesen wird. Ist N der Brechungsexponent des Glases, n der der Flüssigkeit, so gilt, wie S. 12 gezeigt ist, die einfache Beziehung *Formel.*

$$n = N \sin r .$$

Diese Formel erlaubt eine sehr leichte und schnelle Kontrolle des Apparates: für $n = 1$, also Luft, nimmt die Gleichung die Form an

$$\frac{1}{N} = \sin r .$$

Kontrolle. Vor dem Aufsetzen des Trogs beleuchtet man die Kante des Glaskörpers mit homogenem Licht, am bequemsten mit Natriumlicht, indem man einen in der Höhe verstellbaren Schlitzbrenner, wie er beim Polarisieren gebraucht wird, in der richtigen Höhe und ca. 30 cm Entfernung von der Kante aufstellt. Ein vor die Kante gehaltenes Papierblättchen muß einen hellen, gelben Lichtfleck zeigen, der von der Kante etwa halbiert wird. Hat man die Grenze hell—dunkel im Gesichtsfeld des Fernrohrs, so verschiebt man die Flamme ein wenig nach oben und nach unten, bis man den Punkt erreicht hat, wo die Grenzlinie, unabhängig von kleinen Verschiebungen der Lichtquelle, vollkommen feststeht. Man stellt — wie bei den Pulfrichschen Apparaten — nach dem Anziehen der Feststellschraube mit der Mikrometerschraube das Fadenkreuz scharf auf die Grenze ein und liest am Teilkreis ab.

Bei dem Apparat ist N_D, wenn nicht auf besonderen Wunsch ein noch stärker brechendes Glas genommen wird, = 1,75476 (bei 18°) und r soll somit = 34° 44,5′ sein. Findet man einen anderen Winkel, so bringt man die Differenz gegen 34° 44,5′ als Korrektur an allen weiteren Ablesungen an.

Genauigkeit. Dem niedrigsten bei Flüssigkeiten vorkommenden Brechungsexponent [wenn man von verflüssigten Gasen absieht] 1,30 entspricht der Winkel 47° 50′. Von dem theoretisch zur Verfügung stehenden rechten Winkel kann man also bei den Messungen nur knapp die Hälfte ausnutzen, und die Genauigkeit des Apparates ist daher etwas geringer als die des Pulfrichschen.[1] Am genausten arbeitet der Apparat, wie eine einfache Differenzierung der Formel $n = N \sin r$ zeigt, wenn r etwa 90° ist, also der Brechungsexponent der Flüssigkeit nur wenig kleiner ist als der des Glases.[2]

---

[1] Bei dem Wolzschen Apparat und bei Benutzung des Prismas I^b der Neukonstruktion entspricht dem meistbenutzten Intervall $n_D = 1{,}31$ bis 1,61 ein Winkel von 11° bis 72° bzw. 73°, bei dem Hecleschen Refraktometer steht für dasselbe Intervall nur ein Bereich von $48^1/_4$ bis $66^1/_2$° zur Verfügung.

[2] Es besteht daher die Absicht, Apparate mit schwächer brechendem Glaskörper zu bauen, vgl. Nachtrag S. 76.

Ist n_D =	1,30,	so ändert 1′ Ablesefehler	das Resultat um	0,00034;
	1,40,	„ „	„	0,00031;
	1,45,	„ „	„	0,00029;
	1,50,	„ „	„	0,00026;
	1,55,	„ „	„	0,00024;
	1,60,	„ „	„	0,00021.

Das Glas des Zylindersektors dispergiert so stark, daß bei keiner Flüssigkeit ein Aufeinanderfallen oder eine anomale Lage der Wasserstofflinien vorkommen wird!

Nächst dem Glaskörper ist der Trog für die Flüssigkeit das Wichtigste an dem Apparat; auch hier ist die Konstruktion wesentlich anders als bei Pulfrichs Refraktometern. Der Trogquerschnitt ist quadratisch; der Trog ist nicht ein für allemal auf die Glasfläche gekittet, sondern zur leichteren Reinigung ab- und auseinander zu nehmen. Nur die vier senkrechten Wände sind starr verkittet, die *Trog.*

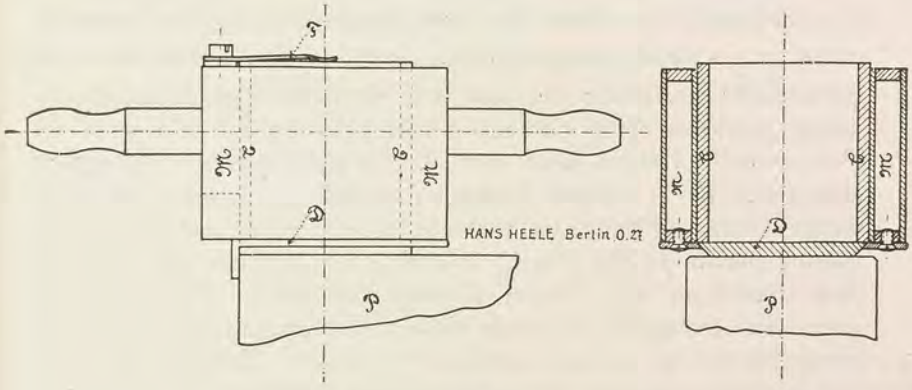


Fig. 15.

Bodenplatte (die aus derselben Glassorte wie der Zylindersektor besteht) ist lose. Sie wird mit ein wenig reinem Wollfett an den plangeschliffenen unteren Rändern der Trogwände befestigt. Der Trog steht in einer Metallfassung *M* (vgl. Fig. 15), die mehrere Funktionen zugleich erfüllt. Sie gibt dem Troge Halt; sie ist doppelwandig und wird von dem gleichen Wasserstrom durchspült, der Prisma, Flüssigkeit und Thermometer temperiert (die Heizvorrichtung entspricht ungefähr derjenigen der Neukonstruktion; vgl. S. 26 u. f.). An zwei gegenüberliegenden oberen Schmalseiten trägt die Metallfassung zwei leichte, drehbare Federn *F*, die die Trog- *Fassung.*

wände C gegen die Bodenplatte pressen. Um die Stellung des Troges auf dem Glaskörper zu fixieren, ist die Vorderseite der Fassung mit einer kleinen rechtwinklig nach unten gebogenen Leiste versehen, welche als „Anschlag" dient; sie schmiegt sich dem rechten Winkel des Zylinderquadranten an. Über dieser Leiste ist, um dem Lichte Eintritt zu gewähren, ein schmaler Streifen in der Fassung ausgespart, so daß hier der untere Teil der einen senkrechten Trogwand und die Bodenplatte freiliegt. Der freie Streifen ist so schmal, daß die Metallkante als Abblendevorrichtung dient.

Bodenplatte. Zwei gegenüberliegende schmale Seitenkanten der Bodenplatte sind abgeschrägt, so daß der eine senkrechte Durchschnitt der Platte ein Paralleltrapez ⏥, der andere ein Rechteck ist ▭. Die beiden horizontalen Flächen der Grundplatte sind also verschieden groß. Man montiert den Trog so, daß die größere Fläche den senkrechten Trogwänden anliegt und die kleinere auf die Planfläche des Glaskörpers zu liegen kommt. Die Abschrägung der Seiten der Grundplatte erlaubt ein sicheres Einfügen des Glastroges in die Metallfassung. Von dieser sind zwei Seitenwände auf der Innenseite unten ⌊ ⌋-förmig ausgeschliffen. In diese Nut schiebt man die Grundplatte von außen ein, dann von oben den schwach und gleichmäßig gefetteten Trog darauf, drückt schwach an und setzt die Federn auf. Alsdann kann man die zu untersuchende Flüssigkeit eingießen. Bei richtiger Zusammensetzung des Troges steht die untere kleinere Fläche der Bodenplatte ein wenig aus der Metallfassung hervor (in der Fig. 15 übertrieben gezeichnet) und ruht auf dem Glaskörper auf. Dieser Kontakt der beiden Planflächen ist aber nicht genügend, um einen sicheren Durchgang des Lichtes zu gewährleisten; es ist kein „optischer" Kontakt. Befindet sich auch nur eine mikroskopisch dünne Luftlamelle zwischen beiden Platten, so kann der Grenzstrahl nicht in den Zylinderquadranten eindringen. Denn wir haben von oben nach unten Schichten mit folgenden Brechungsvermögen: n (Flüssigkeit), N (Bodenplatte), 1 (Luft), N (Glaskörper).

Zwischenflüssigkeit.

Der in die Flüssigkeit streifend eintretende Strahl geht schräg durch die Bodenplatte hindurch; an der Oberfläche jedes Mediums, dessen Brechungsvermögen unter n liegt, wird er total reflektiert (vgl. S. 10), da für n und N bereits die Formel gilt

$$\frac{n}{N} = \frac{\sin r}{\sin 90^0} ;$$

würde statt n ein kleinerer Wert, etwa 1, stehen, so müßte, da der Zähler $\sin r$ gegeben ist, der Nenner größer als $\sin 90^0$ sein, was

unmöglich ist. Der Strahl kann also nicht aus der Bodenplatte heraus, wenn sich nicht zwischen Bodenplatte und Glaskörper eine Substanz befindet, die stärker bricht als die zu untersuchende Flüssigkeit. Man bringt daher vor dem Aufsetzen des Troges + Fassung einen Tropfen einer geeigneten Flüssigkeit auf den Glaskörper. Der Tropfen breitet sich dann zwischen den beiden Planflächen aus. In den meisten Fällen wird Monobromnaphtalin die geeignetste Flüssigkeit sein, da sie nicht allzu flüchtig ist, Metall nicht angreift und einen recht hohen Brechungsindex hat. Bei Zimmertemperatur ist:

$$n_\alpha = 1{,}65, \quad n_D = 1{,}66, \quad n_\beta = 1{,}68, \quad n_\gamma = 1{,}70.$$

Für noch stärker brechende Flüssigkeiten müßte man Methylenjodid verwenden ($n_D = 1{,}74$). Doch dürften das ganz vereinzelte Fälle sein.

Götzerohr.

Als Lichtquellen kommen wieder ein Geisslerrohr mit Wasserstoff für Rot, Blau und Violett und eine Natriumflamme für Gelb in Betracht. Das Geisslerrohr hat die von R. Götze (Leipzig) geführte Form (vgl. S. 59) mit innerer Kapillare. Das Rohr ruht in einer Fassung aus Schrauben und Hebelarmen, deren Konstruktion aus der Fig. 14 deutlich hervorgeht. Der Träger des Götzerohrs sitzt auf der Spitze des gegossenen Tragarms auf, an dessen anderem Ende sich der Glaskörper und der Teilkreis befindet. Dem Apparat wird neuerdings keine Kondensorlinse mehr beigegeben; dafür besorgt eine kreisförmige Blende, die neben der Fassung für das Götzerohr auf der Spitze des Tragarmes sitzt, die Abschirmung von schädlichem Licht. Man stellt das mittels Hebeln und Schrauben nach allen Richtungen verstellbare Götzerohr so ein, daß symmetrisch zur Oberkante des Glaskörpers ein heller violetter Lichtfleck entsteht, den man vor dem Aufsetzen des Troges auf einem vor die Kante gehaltenen kleinen Papier auffängt. Dafür, daß die drei Linien des Wasserstoffspektrums einzeln zur Geltung kommen, sich die Grenzstreifen nicht überdecken, sorgt die Metallfassung des Troges.

Natriumbrenner.

Den Natriumbrenner stellt man in einiger Entfernung hinter dem Refraktometer auf. Sein Licht wird ebenfalls durch eine kreisförmige Blende *R*, die am mittleren Teil des horizontalen Tragarmes befestigt ist, zum guten Teil abgeschirmt. Ein — vom Brenner aus gerechnet — hinter der Blende angebrachtes Reflexionsprisma wirft das Licht in den Flüssigkeitstrog. Das Reflexionsprisma ist mit Hilfe eines kurzen Handgriffs herunterzuklappen, so daß die Strahlen des Götzerohrs ungehindert in den Trog gelangen können und ebenfalls ihr Licht durch eine kurze Bewegung gegen das des Natrium-

brenners umzuwechseln ist. Vor dem Aufsetzen des Troges ist die Beleuchtung und ihr Wechsel auszuprobieren. Hat man die geeignete Stellung der Blenden und Klemmen gefunden, so sind alle Schrauben fest anzuziehen, damit hernach bei der Beobachtung nichts verschoben wird. Denn „hart im Raume stoßen sich die Sachen" bei dem Heele schen Apparat.

Heizvorrichtung. Für die hinter der Blende mit dem Reflexionsprisma angebrachte Heizvorrichtung *G* gilt das bei der Neukonstruktion Gesagte. Sie ist drehbar und kann durch einen Zahntrieb herunter- und heraufgeschraubt werden; oben trägt sie ein Gewinde für das Thermometer. Es wird die Fassung des Glaskörpers, die Fassung des Troges und der in die Flüssigkeit tauchende Teil mit dem Thermometer durchspült.

Fernrohr. Das Fernrohr *F*, dessen kompliziert geschliffenes Objektiv unsichtbar ist, weil es an dem Sektormantel schleift, trägt dahinter ein Reflexionsprisma, so daß der Lichtstrahl — zur bequemeren Beobachtung — im rechten Winkel umgebrochen ist. Man kann so bequem einstellen, an welcher Stelle des Sektormantels das Objektiv auch steht; doch kommt für die Untersuchung von Flüssigkeiten nur ein kleiner Teil des Mantels in Frage (vgl. S. 40). Das Okular ist beweglich und muß wieder so eingestellt werden, daß man Fadenkreuz und Grenzlinie wie mit der Reißfeder gezogen scharf sieht. Als Gegengewicht gegen das schwere, wuchtende Fernrohr ist auf der anderen Seite der Achse ein ohrmuschelförmiger Bogen aus Gußeisen angebracht, der bei der Grobeinstellung des Fernrohrs als Handhabe dient. Das Fernrohr ist starr mit dem Nonius verbunden;

Teilung. der Teilkreis steht fest. Er trägt eine Teilung in $^1/_4{}^0$, während der Nonius 15 Teilstriche hat. Wie eine kleine Rechnung zeigt, liest man also mit Hilfe des Nonius 1′ ab. Da die Teilung ausgezeichnet und die am Nonius angebrachte Lupe sehr scharf ist, kann man bei einiger Übung noch halbe Minuten ziemlich sicher schätzen. Die Feststellschraube ist in der Fig. 14 noch mit einem Teil des Kopfes sichtbar. Daß die Feineinstellung nach dem Feststellen mit

Mikrometerteilung. der Mikrometerschraube geschieht, ist selbstverständlich. Die Mikrometerschraube ist wie bei Pulfrichs Neukonstruktion mit einer Meßvorrichtung (Trommelteilung und Index) versehen. Die Trommel trägt 60 Teilstriche. Eine ganze Umdrehung entspricht 18′, ein Intervall der Trommel also 18″. Bei der Feinheit des Schraubenganges muß man peinlich darauf achten, jeden Fehler durch toten Gang zu vermeiden (vgl. S. 31). Der Anfänger wird die Mikrometerschraube am besten zunächst nur zur Einstellung, nicht zur feineren Ablesung benutzen.

Die dem Apparat beigegebenen (S. 123 abgedruckten) Tabellen D beziehen sich auf eine Temperatur des Glaskörpers von 18°. Arbeitet man bei wesentlich anderen Temperaturen, so kann man in erster Annäherung die für Prisma II^b der Neukonstruktion geltenden Temperaturkorrektionen einsetzen: *Tabellen.*

pro Grad Zuwachs für . . .	C	D	F	G'
Einheiten der fünften Stelle .	+ 0,70	+ 0,78	+ 1,05	+ 1,31

Temperatureinfluß.

Jede Änderung von N macht sich proportional in n geltend, da die Formel ja lautet $n = N \sin r$. Man schreibt also zweckmäßig

$$N_t = N_{18}(1 + \beta[t - 18^0]).$$

Die abgerundeten Werte von β sind, wenn wir die obigen Zahlen durch die zugehörigen Werte von N_C, N_D usw. dividieren für

C	D	F	G'
+ 0,0000040	+ 0,0000045	+ 0,0000060	+ 0,0000075

Die Näherungsformeln für n sind also:

$$n_C^t = N_C^{18^0}(1 + 0{,}0000040\,[t - 18^0]);$$

$$n_D^t = N_D^{18^0}(1 + 0{,}0000045\,[t - 18^0]);$$

$$n_F^t = N_F^{18^0}(1 + 0{,}0000060\,[t - 18^0]);$$

$$n_{G'}^t = N_{G'}^{18^0}(1 + 0{,}0000075\,[t - 18^0]).$$

Die Tabellen geben für die abgelesenen Winkel r von 10 zu 10 Minuten die Werte von n_D direkt; für die Lichtstrahlen des Wasserstoffspektrums ist eine kleine Rechnung nötig. *Berechnung.*

Entweder man addiert zu den in der zweiten Spalte aufgeführten oder aus ihnen interpolierten Werten von $\log \sin r$ die zu dem betreffenden Lichtstrahl gehörenden Werte von $\log N$, oder man addiert zu (bzw. bei C subtrahiert von) $\log n$ die kleinen Werte von $\log \frac{N}{N_D}$. Der letztere Weg dürfte der bequemere sein. Am Kopf jeder Seite findet man die Logarithmen der 3 Quotienten abgedruckt. n_D berechnet man unter Benutzung der letzten Spalte, welche die zu 10′ gehörige Differenz von n_D in Einheiten der fünften Dezimale angibt. Es ist gut darauf zu achten, daß beim Heeleschen Refraktometer, im Gegensatz zu den Instrumenten von Pulfrich, zu wachsenden Winkeln steigende Brechungsexponenten gehören.

Beispiel.

IX. Beispiel für das Heelesche Refraktometer.

Ein Beispiel mag die Rechnungsweise erklären:

Kontrolle des Apparats.

Bei Beleuchtung des Glaskörpers mit Natriumlicht stand die Grenzlinie bei

$r = 34^0\,42{,}5'$ (Mittel dreier Ablesungen),

statt bei $r = 34^0\,44{,}5'$

die Differenz von $2{,}0'$

ist also als Korrektur zu allen weiteren Ablesungen zu addieren.

Untersucht wurde destilliertes Wasser von der Temperatur 14,7°, mit einem Tropfen Monobromnaphtalin zwischen Trog und Glaskörper.

Beobachtung.

Linie	r	r korrigiert	Linie	r	r korrigiert
D	$49^0\,24{,}5'$		F	$48^0\,51{,}0'$	
	$25{,}0'$			$51{,}5'$	
	$25{,}0'$			$48^0\,51{,}3'$	$48^0\,53{,}3'$
	$49^0\,24{,}8'$	$49^0\,26{,}8'$			
C	$49^0\,37{,}5'$		G'	$48^0\,22{,}5'$	
	$38{,}0'$			$23{,}0'$	
	$49^0\,37{,}8'$	$49^0\,39{,}8'$		$48^0\,22{,}8'$	$48^0\,24{,}8'$

Berechnung.

D) $n_D^{14,7^0}$ interpoliert sich aus der Tabelle D S. 123 zu 1,33100 $+ 6{,}8 \times 33{,}4$ Einheiten der fünften Dezimale

$$\begin{array}{r} = 1{,}33100 \\ + \quad 227 \\ \hline 1{,}33327 \end{array}.$$

C) $\log N_D \sin r_C$ interpoliert sich zu

$$\begin{array}{r} 0{,}12634 \\ - \quad 2 \\ \hline 0{,}12632 \end{array};$$

$$\log \frac{N_C^{18^0}}{N_D^{18^0}} = \frac{-\,0{,}00195}{\log n_C = 0{,}12437};$$

$$n_C^{14,7^0} = 1{,}33159.$$

$$F)\quad \left.\begin{array}{rl} N_D \log \sin r_F & = 0{,}12090 \\ & + \quad 36 \\ \log \dfrac{N_F^{18^\circ}}{N_D^{18^\circ}} & = + \underline{0{,}00498} \end{array}\right\} \log n_F = 0{,}12624;\ \underline{n_F^{14{,}7^\circ} = 1{,}33734;}$$

$$G')\quad \left.\begin{array}{rl} N_D \log \sin r_{G'} & = 0{,}11756 \\ & + \quad 54 \\ \log \dfrac{N_{G'}^{18^\circ}}{N_D^{18^\circ}} & = + \underline{0{,}00931} \end{array}\right\} \log n_{G'} = 0{,}12741;\ \underline{n_{G'}^{14{,}7^\circ} = 1{,}34094.}$$

Die Korrekturen für die Differenz zwischen der Beobachtungstemperatur 14,7° und 18° sind gering. Da n rund $^4/_3$ und jene Temperaturdifferenz 3,3° beträgt, sind die an den Werten von n anzubringenden Korrekturen für n_C 4,4 × 0,40, für n_D 4,4 × 0,45, für n_F 4,4 × 0,60, für $n_{G'}$ 4,4 × 0,75 Einheiten der fünften Dezimale. Sie liegen durchweg innerhalb der Fehlergrenzen. Würde man sie anbringen, so wären sie, da die Versuchstemperatur unter 18° liegt, abzuziehen. Man erhielte somit

für C	1,33157	1,33113	0,00044
„ D	1,33325	1,33298	0,00027
„ F	1,33731	1,33712	0,00019
„ G'	1,34091	1,34037	0,00054
	14,7°	20,0°	$n_{14{,}7^\circ} - n_{20^\circ}$

Diskussion. Zur Kontrolle sind zuverlässige Werte für 20,0° daneben gesetzt. Es wären Differenzen von 40—50 zu erwarten, vgl. Tabelle V S. 37. Die etwas unregelmäßig schwankenden Differenzen zwischen beiden Zahlenreihen zeigen, daß namentlich bei n_F Unsicherheiten von 15—20 Einheiten in der fünften Dezimale vorhanden sind. Das entspricht bei dem kleinen Brechungsindex des Wassers, wo das Heelesche Refraktometer relativ unsicher arbeitet, Fehlern von nur ± 0,5! Mit einem Glaskörper von kleinerem Brechungsindex würde man eine größere Genauigkeit erzielen können.

X. Andere Refraktometer.

Eintauchrefraktometer. Für schwach brechende Flüssigkeiten, deren Brechungsexponent für gelbes (Natrium-) Licht man rasch bestimmen will, kann das Zeisssche Eintauchrefraktometer dienen, das für gewöhnlich nur zur Serienuntersuchung von Lösungen (wässerigen, alkoholischen und ätherischen) benutzt wird. Sein Meßbereich ist nur 1,325—1,367. Die Genauigkeit bei einiger Übung 3—5 Einheiten der fünften Dezimale. Das Instrument benutzt das Prinzip des streifenden

Eintritts; die Grenze hell—dunkel zeichnet sich scharf auf einer feinen, empirisch geteilten Skala ab; die Skalenwerte werden nach einer Tabelle in Werte von n_D umgerechnet. Dem Instrument wird auf Wunsch eine Hilfsvorrichtung beigegeben werden, die die Untersuchung von ganz geringen Flüssigkeitsmengen gestattet.

Da der — sonst sehr handliche und praktische — Apparat nur n_D zu messen gestattet und auch dieses nur in einem so kleinen Intervall, daß keine einzige ungesättigte Verbindung mit ihm untersucht werden kann, sei er hier nur erwähnt; wegen aller Einzelheiten sei auf die Spezialliteratur der Firma Zeiss verwiesen.[1] Ähnliches gilt für die — ebenfalls nur n_D mit ca. 0,0002 Genauigkeit sowie einen approximativen Wert für die Dispersion angebenden — Abbeschen Refraktometer.

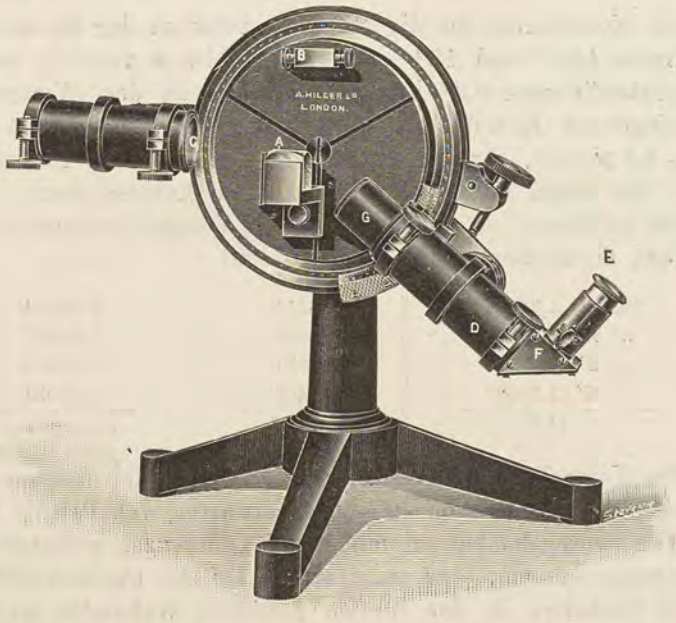


Fig. 16.

Hilgers Refraktometer. Die renommierte Londoner Firma Adam Hilger Ltd. hat eine Form ihrer Spektrometer mit Vorrichtungen versehen, daß sie schnell in ein genaues Refraktometer umgewandelt werden kann (vgl. Fig. 16); der horizontale Spektrometertisch wird in vertikaler Lage festgestellt und ein Pulfrich-Prisma am Tisch festgeschraubt; das Kollimatorrohr wird durch einen Kondensor ersetzt; das Fernrohr wird mit einem Reflexionsprisma und Okular versehen, so daß das Licht, wie

[1] Vgl. auch W. A. Roth, Physik.-chem. Übungen (Hamburg 1907) S. 78—81. — Zur Benutzung für analytische Zwecke kann man von der Firma Zeiss ein praktisches Tabellenwerk (Wagner) beziehen, das für eine große Reihe von praktisch wichtigen Substanzen die Prozentgehalte der Lösungen und die zugehörigen Skalenteile enthält.

bei den anderen Refraktometerfernrohren, um 90° nach oben abgelenkt wird, zur bequemeren Ablesung. Im Brennpunkt des Objektivs befindet sich eine polierte Stahlspitze, welche vom Okular her beleuchtet wird. Stellt man das Ablesefernrohr auf Horizontal (0° 0,0'), so soll die vertikale Fläche des Prismas die Stahlspitze so in das Fernrohr reflektieren, daß das Spiegelbild der Spitze die Spitze genau berührt. Ist das nicht der Fall, so wird das Prisma durch eine Mikrometervorrichtung verstellt, bis beide Spitzen sich berühren. Alsdann wird der Flüssigkeitstrog aufgesetzt und wie bei den Pulfrichschen Instrumenten gemessen. Zur Einstellung auf die Grenze hell—dunkel dient die Stahlspitze, welche die untere scharfe Lichtgrenze gerade berühren soll. Das Fernrohr besitzt Axialklemme, Mikrometerschraube und Nonius wie die anderen Refraktometer.

Die Genauigkeit soll die der Zeissschen Neukonstruktion noch etwas übertreffen. Die Glassorte entspricht ungefähr der des Prisma II^b bei der Neukonstruktion und des Heeleschen Glaskörpers:

$$N_\alpha = 1{,}73258, \quad N_D = 1{,}74090, \quad N_\beta = 1{,}75978, \quad N_\gamma = 1{,}77438.$$

Das Prisma genügt also für fast alle Flüssigkeiten und besitzt eine so starke Dispersion, daß man meist die normale Farbenfolge rot—blau—violett erhalten wird. Obige Zahlen beziehen sich auf Zimmertemperatur. Eine Heizvorrichtung, welche das Arbeiten bei höherer Temperatur gestattet, wird nicht mitgegeben. Sollte man bei Temperaturen arbeiten, welche von 18 oder 20° wesentlich abweichen, so kann man in erster Annäherung die Temperaturkorrektionen für Prisma II^b (Zeiss) benutzen, vgl. Tab. C S. 121. Eine Tabelle zur Berechnung von n wird nicht geführt. Man rechnet also nach der Formel $n = \sqrt{N^2 - \sin^2 \alpha}$ und legt sich bei häufigem Gebrauch selbst eine Tabelle an.

Schließlich sei auf das originelle Refraktometer von Féry (Ph. Pellin, Paris) kurz hingewiesen, mit dem man n_D von Flüssigkeiten innerhalb der Grenzen 1,33 und 1,59 bestimmen kann. Der Apparat arbeitet bequem (direkte Ablesung von n auf einer linearen Skala), benötigt aber relativ viel Substanz.

XI. Differenzprismen und -methoden.

In manchen Fällen hat man die nur wenig verschiedenen Brechungsexponenten zweier ähnlicher Flüssigkeiten unter gleichen Temperaturbedingungen zu bestimmen. So soll ein älteres Präparat mit einem neu dargestellten verglichen werden, um das eine zu identifizieren oder um etwaige Polymerisation oder Oxydation nachzuweisen; oder es soll untersucht werden, ob eine weitere Reinigung (Fraktionierung, Trocknung) den Körper verändert, ob ihm von der Herstellung noch Äther anhaftet, der durch weiteres Durchleiten von Luft entfernt wird, und dgl. Oder aber ein Körper ist in Lösung zu untersuchen und man möchte Lösungsmittel und Lösung direkt miteinander vergleichen.

Für solche Zwecke besitzen die Zeisssche Neukonstruktion und das Heelesche Refraktometer praktische Vorrichtungen, die auf

eine von Ostwald gegebene Anregung zurückgehen: ein Differenzprisma bzw. einen Doppeltrog, die es erlauben, die beiden Flüssigkeiten gleichzeitig zu untersuchen, um die kleinen Differenzen in der Lage der Grenzlinien mittels der Mikrometerschraube rasch und genau zu messen.

Heele. Bei dem Heeleschen Apparat wird auf den Zylinderquadranten eine Fassung mit Doppeltrog aufgesetzt, der wie der einfache Trog behandelt wird; vgl. S. 41f.

Der im Durchschnitt quadratische Trog hat in der Mitte eine bis zum Boden reichende senkrechte Zwischenwand, welche die beiden Flüssigkeiten trennt. Die Metallfassung hat auf der Seite, wo das Licht eintritt, einen leicht beweglichen Kreissektor als Blende, der je nach seiner Stellung das eine oder das andere Kompartiment des Troges abblendet, so daß man auf beide Linien nacheinander einstellen kann. Über die Berechnung vgl. S. 52.

Neukonstruktion. Bei der Pulfrichschen Neukonstruktion ist ein eigenes Prisma zu diesen Differenzmessungen erforderlich; zwei Arten werden geführt, den Glassorten I^b und II^b entsprechend; die Prismen sind IV^b und V^b bezeichnet. V^b (II^b entsprechend) wird wohl seltener benötigt werden.

Die Prismen sind größer als die zur Untersuchung einer einzigen Flüssigkeit dienenden und sind nicht mit Hohlfassung zum Wasserdurchlaß versehen.[1] Auch der Trog mit kreisförmigem Querschnitt ist größer. Die Mittelwand, die den Trog bis oben hin zweiteilt, ist in das Prisma versenkt und fest verkittet.

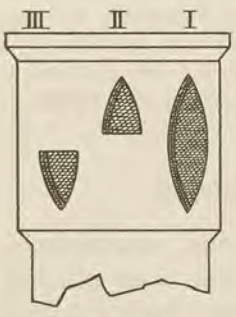


Fig. 17.

Am Fernrohrobjektiv befinden sich (vgl. S. 28) drei verschiedene Blenden nebeneinander, die durch eine leichte Drehung des Verschlußdeckels schnell ausgewechselt werden können und mit einer leichten Einschnappfeder versehen sind, so daß man die Stellung der Blenden nur mit dem Gefühl (ohne hinzusehen) richtig finden kann (vgl. Fig. 17).

Benutzt man die große Blende I, welche alle aus dem Doppeltrog austretenden Strahlen in das Objektiv treten läßt, so sieht man die beiden Flüssigkeiten zugehörenden Grenzlinien, also bei Beleuchtung mit Wasserstofflicht:

$$C_I \text{ und } C_{II}, \quad F_I \text{ und } F_{II}, \quad G'_I \text{ und } G'_{II}$$

nebeneinander. Benutzt man die Blende II, so sind die Linien,

[1] Vgl. Nachtrag S. 77.

welche zu der Flüssigkeit in der vorderen, dem Beobachter zugekehrten Troghälfte gehören, abgeblendet; zu deren alleiniger Beobachtung benutzt man die Blende III.

Sind die zu einem Kompartiment gehörenden Linien unscharf oder schwach, so muß man die Wasserstoffröhre ein wenig herumdrehen. Bei geeigneter Stellung des Geisslerrohres aber tritt genügend Licht in beide Troghälften, um bei Benutzung von Blende I alle Linien gleichzeitig wahrzunehmen.

Die Abblendung je einer Hälfte ist fast immer nötig, wenn man mit Natriumlicht arbeitet, da für dieses keine Abblendevorrichtung angebracht ist und man daher ein breites Lichtband sieht, das meist über das zur anderen Flüssigkeit gehörige Band hinüberreichen wird. Ferner wird man mit den kleinen Blenden arbeiten müssen, wenn sich Lichtstreifen fast oder vollständig decken.

Bei der Bestimmung genügt es, bei einer der sechs Linien die Kreisskala (genau!) abzulesen; bei allen weiteren Einstellungen benutzt man ausschließlich die Trommelteilung, wobei man peinlich darauf achten muß, die Einstellung stets von der gleichen Seite her (am besten von unten her) zu erreichen, um nicht durch den toten Gang der Schraube getäuscht zu werden. Vgl. S. 31.

Differenzen zweier ähnlicher Brechungsexponenten lassen sich mit solchen Doppeltrögen erheblich genauer bestimmen als ein einzelner Brechungsexponent; wie überhaupt Differenzmessungen genauer zu sein pflegen als Absolutmessungen. In unserem Fall ist die Ursache folgende: Die aus einer Schmelze hervorgehenden Glasstücke können infolge von Spannung ein wenig verschiedene Brechungsexponenten N aufweisen. Abweichungen von $\pm$ 0,00010 können bei verschiedenen Prismen derselben Art (I *b*, II *b* oder Heeleschen Glaskörpern) vorkommen. Die in den Tabellen angegebenen und zur Berechnung von n benutzten Werte von N sind daher Mittelwerte. Von dieser Unsicherheit von N ist man bei der Bestimmung von Differenzen mit Hilfe des Doppeltroges frei.

Berechnung. Sind die Differenzen zwischen den Einstellungen für zusammengehörende Linien (C_I und C_{II} usw.) klein, so ergibt sich die Differenz der Brechungsexponenten einfach durch Multiplikation der Minutendifferenz mit der in den Tabellen als Δ_n aufgeführten Tafeldifferenz.

Sind die Winkeldifferenzen größer, so daß Δ_n in dem betreffenden Bereich nicht mehr als konstant anzusehen ist, so setzt man einen Mittelwert ein und muß sich überzeugen, ob die Korrekturen für n_C, n_F und $n_{G'}$ in dem Bereich sich ändern. Eventuell ist hierfür

namentlich bei G' eine Korrektur anzubringen, wie das folgende Beispiel näher erklären soll:

Beispiel. Beispiel für das Zeisssche Prisma IV^b.

Untersucht wurden reines Benzol und eine Lösung von Naphtalin in Benzol.

	Benzol	Lösung Differenz (Δ_a)	Tafeldifferenz Δ_n	$\Delta_a \cdot \Delta_n$	Differenz der Korrektionswerte für beide Ablesungen
C	37° 48,5′	−69,7′	9,3	+648	−2
D	37° 55,5′	−72,4′	9,3	+673	
F	38° 11,0′	−78,9′	9,3	+734	−6
G'	38° 18,5′	−81,1′	9,35	+758	−12

	n (Benzol)	n (Lösung von Naphtalin in Benzol)
C	1,49635	1,50283 + 2 = 1,50285
D	1,50100	1,50773 = 1,50773
F	1,51294	1,52038 − 6 = 1,52032
G'	1,52366	1,53124 − 12 = 1,53112.

Bei dem Heeleschen Refraktometer kann man die Änderungen von n_D in der gleichen Weise mit Hilfe der Tafeldifferenz berechnen; für die anderen Linien muß man log sin i interpolieren.

Temperatur. Da eine Temperierung durch fließendes Wasser bei beiden Apparaturen für Differenzmessungen nach den bisherigen Konstruktionen nicht möglich ist, deckt man den Doppeltrog mit einem passend gebohrten Kork oder einem gut schließenden Metalldeckel ab und taucht in die eine Flüssigkeit ein Thermometer ein, das fest im Deckel steckt. Man hüte sich vor Erwärmung der Flüssigkeiten, namentlich einseitiger, durch den Natriumbrenner und setze, wenn die Flamme dem Apparat nahesteht und merklich heizt, einen Trog mit Wasser (Akkumulatorenglas) zwischen Flamme und Apparat.

Die Formel für Berechnung der Molekularrefraktion eines gelösten Stoffes findet man S. 100.

Reine Differenzmethoden. Handelt es sich um reine Differenzmessungen an Medien mit wenig verschiedenem Brechungsexponenten, so kommen folgende Differenzmethoden in Betracht:

1. Ostwalds Differenzrefraktometer.
2. Hallwachs' Doppeltrog.
3. Löwes Interferometer.

Differenzrefraktometer. Meistens wird es sich um den Vergleich von Lösung und Lösungsmittel handeln. Die drei Methoden sind nach wachsender Genauigkeit (und Kompliziertheit) geordnet.

Das Differenzrefraktometer gewährleistet eine Genauigkeit von einigen Stellen der fünften Dezimale.

Es ist nach einer Idee Ostwalds von der Firma Zeiss konkonstruiert und zwar in zwei Modellen. Das Prinzip ist folgendes: Würde man zwei mit derselben Flüssigkeit gefüllte Hohlprismen, die den gleichen brechenden Winkel besitzen, gegeneinander schalten (≷), so würde der auf eine äußere Fläche fallende Lichtstrahl nicht abgelenkt werden, da ein Gebilde aus homogenen planparallelen Flächen (Glas und Flüssigkeit) entstanden ist, welches keine Ablenkung verursachen kann. Sind die Medien in beiden Prismen aber optisch verschieden, so tritt eine Ablenkung des Lichtstrahles nach rechts oder links ein. Mißt man diese auf einer Längenskala (wie beim Eintauchrefraktometer), so gibt die Verschiebung ein Maß für den Unterschied der beiden Brechungsexponenten.

Die Skalendifferenz wird nach einer beigefügten Tabelle bei Bedarf (vgl. weiter unten) in Einheiten der fünften Dezimale von n umgerechnet.

Die beiden Modelle des Instrumentes unterscheiden sich dadurch, daß das feinere ein Paar von Doppelprismen hat, während das Prismenaggregat des anderen der schematischen Figur ≷ entspricht. Der gleiche Unterschied in den Brechungsexponenten bewirkt also in dem feineren Modell die doppelte Abweichung des Lichtstrahls, d. h. des Spaltbildes.

Okular, Skala und Prismenaggregat sind hintereinander in einem horizontalen Rohr montiert, das auf einem festen Fuß ruht; das ganze Äußere ähnelt einem primitiven Polarimeter. Der Apparat hat Autokollimation; die Skala befindet sich in der Brennebene des (nicht sichtbaren) Objektivs.

Ein aufgesetzter schräggestellter Spiegel mit kleinem Reflexionsprisma (im Inneren des Rohrs) wirft das Licht durch die Skala in die Hohlprismen; es wird durch einen dahinter befindlichen Spiegel in die Brennebene des Objektivs reflektiert. Dort wird die Verschiebung auf der Skala mit Hilfe des vergrößernden Okulars genau abgelesen. Die Beleuchtung des Spiegels geschieht mit Tageslicht; nur bei sehr stark dispergierenden Medien empfiehlt es sich mit Natriumlicht zu arbeiten.

Die Apparate sind behufs Temperaturregulierung mit einer Vorrichtung zum Wasserdurchfluß versehen. Auch kann bei Dauerversuchen die zu untersuchende Lösung kontinuierlich durch das eine Prisma geleitet werden.

Für analytische Zwecke, wo es sich um die Bestimmung einer und derselben gelösten Substanz handelt, eicht man sich die Skala

mit Hilfe einiger Lösungen von bekanntem Gehalt und rechnet nicht auf Brechungsexponenten um! Die Meßgenauigkeit des einfacheren Modells ist ca. 0,00005, das feinere leistet das Doppelte.

Hallwachs' Methode.

Die Hallwachssche Methode, welche wesentlich empfindlicher aber auch unbequemer ist als die besprochene, benutzt ein gewöhnliches Spektrometer mit Kollimator, Fernrohr und horizontalem Teilkreis, Justiervorrichtungen usw. Auf den Spektrometertisch wird an Stelle der üblichen Hohlprismen der Hallwachssche Doppeltrog gesetzt, der in der folgenden Figur im Durchschnitt gezeichnet ist. Vorder-, Hinter- und Scheidewand sollen genau planparallel sein. Wir bezeichnen die Kompartimente mit I und II, die Brechungsexponenten der in ihnen enthaltenen Medien entsprechend mit n_1 und n_2. Der Lichtstrahl tritt, die Scheidewand streifend, ein und zwar in dasjenige Kompartiment, welches das schwächer brechende Medium (meist das Lösungsmittel!) enthält.

In der gläsernen Zwischenwand wird der Strahl abgelenkt und würde bei der Fortsetzung seines Weges in dem zweiten Kompartiment, wenn dieses eine Flüssigkeit vom gleichen Brechungsexponenten

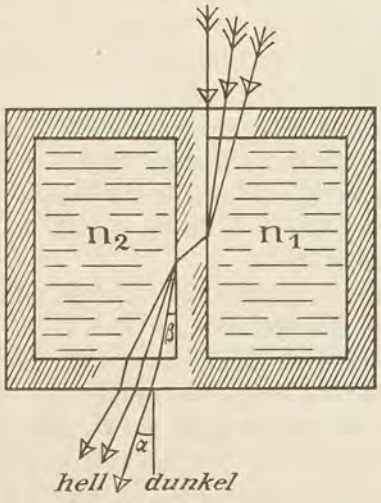


Fig. 18.

enthielte wie das erste, ohne Ablenkung von der ursprünglichen Wegrichtung, d. h. senkrecht aus der Stirnwand des Troges austreten Denn planparallele Flächen ändern die Richtung eines Strahls nicht. Bricht die Flüssigkeit im zweiten Trog aber stärker ($n_2 > n_1$), so ergibt sich ein Bild, wie es in Fig. 18 übertrieben gezeichnet ist.

D. h. man beobachtet im Fernrohr, wenn man es gegen die Einfallsrichtung des Lichtstrahls um einen Winkel α dreht, eine scharfe Grenze zwischen dunkel und hell.

Der Winkel α hängt von n_1 und n_2 in folgender Weise ab: *Formel.* Die beiden Brechungen ergeben die Formeln:

$$1) \qquad \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin 90^0}{\sin (90^0 - \beta)}; \qquad \frac{n_1}{n_2} = \cos\beta; \qquad \sin\beta = \sqrt{\frac{n_2^2 - n_1^2}{n_2^2}}.$$

$$2) \qquad \frac{n_2}{1} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}; \qquad \sin\alpha = n_2 \sin\beta.$$

Die Kombination der wie vorstehend umgeformten Gleichungen 1) und 2) ergibt:

$$\sin\alpha = \sqrt{n_2^2 - n_1^2} = \sqrt{(n_2 + n_1)(n_2 - n_1)}$$

oder

$$\underline{n_2 - n_1 = \frac{\sin^2\alpha}{n_2 + n_1}.}$$

Ist man nicht sicher, ob die Zwischenwand streng planparallel ist, so vertauscht man die Flüssigkeiten und mißt, indem man nun das Licht in Trog II eintreten läßt, α (bzw. $-\alpha$) wiederum und nimmt das Mittel beider Werte.

Die Methode ist sehr genau. Handelt es sich um wässerige Lösungen (n = ca. $^4/_3$), so entspricht einem Winkel von $\alpha = 1^0$ eine Differenz der beiden Brechungsexponenten von nur 0,00012; bei benzolischen Lösungen (n rund $^3/_2$) ist die Differenz 0,00010. Man kann aber leicht auf 1′ und weniger ablesen. Selbstverständlich muß bei der Methode darauf geachtet werden, daß die Temperatur in beiden Kompartimenten genau die gleiche ist, namentlich wenn man nichtwässerige Lösungen untersucht. Eine neuere Anwendung der Methode auf die Untersuchung wässeriger Lösungen findet man bei E. Rimbach und R. Wintgen, Ztschr. phys. Ch. **74**. 233 ff. 1910.

Interferometer. Das Interferometer von F. Löwe (ebenfalls von der Firma Zeiss-Jena in den Handel gebracht) dient zur Bestimmung von sehr kleinen Unterschieden im Brechungsexponenten, zum Vergleich von Lösungsmittel und sehr verdünnten Lösungen oder von sehr ähnlichen Lösungen, wie sie z. B. im Meerwasser von verschiedenen Strömungen oder in reinem und durch Fabrikabwässer verunreinigtem Flußwasser vorliegen. Das Meßprinzip ist ein ganz anderes als bei den bisher behandelten Apparaten: man kompensiert den Gangunterschied zweier Lichtstrahlen, die den gleichen Weg in den beiden etwas verschieden brechenden Medien zurücklegen, durch Neigung einer planparallelen Glasplatte, wodurch der in dem Glas zurückgelegte Weg geändert wird. Die Neigung der Kompensatorplatte (die in der Nullstellung um 45° gegen den Lichtstrahl geneigt ist) geschieht mittels einer Mikrometerschraube, deren Um-

drehungszahl (R) man wie üblich mit Index und Trommel mißt. Die Umdrehung R ist im ganzen Meßbereich dem Unterschied der Brechungsexponenten (Δ_n) proportional. Man wird sich die Teilung, wenn es nicht auf die Kenntnis der Konzentrationsdifferenzen, sondern auf diejenige von Δ_n ankommt, in folgender Weise auswerten. Zwei Flüssigkeiten, zu deren Vergleich man fast den gesamten Meßbereich der Mikrometerschraube benutzt, untersucht man mit dem Interferometer und mit Prisma IV^b der Neukonstruktion und bestimmt so das Verhältnis zwischen R und Δ_n. Dieses Verhältnis ändert sich nicht mit dem Brechungsexponenten. Es ist bei den bisher konstruierten Modellen für die kleinste Flüssigkeitsschicht 0,00018, d. h. einer Umdrehung entspricht eine Änderung von n um 18 Einheiten der fünften Dezimale.

Der Apparat ist natürlich um so genauer, je länger die von den Lichtstrahlen durchlaufenen Flüssigkeitsschichten sind. Die Flüssigkeiten befinden sich in kleinen Trögen mit planparallelen Wänden (Trogweite 0,5 bis 4 cm). Da die Tröge, bis auf den untersten, von den Lichtstrahlen durchsetzten Teil aus Metall bestehen und in ein kleines Wasserreservoir versenkt sind, gleicht sich jeder Temperaturunterschied fast momentan aus. Der Einstellungsfehler ist bei repetierter Messung und ein wenig Übung nicht größer als 0,02 Umdrehungen. Das entspricht bei 5 mm Trogweite einem Δ_n von ca. $^1/_3$ Einheit der fünften Dezimale, bei 4 cm Trogweite ca. 0,0000004. Mit der geringsten Trogweite könnte man noch einen Konzentrationsunterschied von etwa 0,003 % Rohrzucker oder 0,002 % Kochsalz nachweisen, mit der größten den achten Teil davon!

Der Apparat ist ursprünglich zur Untersuchung von Gasen konstruiert, wo er ebenfalls Erstaunliches leistet. Bezüglich aller Einzelheiten der Konstruktion und Messung sei auf die Arbeit von Löwe: Phys. Ztschr. 11. 1047 (1910) verwiesen.

XII. Der Heizkörper und seine Anwendung.

Gegenüber der Messung der Indices bei Zimmer- oder einer benachbart liegenden Temperatur (ca. 5—30°) bedingt eine Bestimmung der Brechungsexponenten bei höherer und hoher Temperatur bedeutend mehr Schwierigkeiten, deren man nur dann sicher und rasch Herr werden wird, wenn man eine Reihe von Punkten einhält.

Das für gewöhnlich dem Pulfrichschen Refraktometer beigegebene Thermometer umfaßt bei $^1/_{10}$-Gradteilung das Intervall -5 bis 52°. Soll die Messung oberhalb dieser Temperatur stattfinden, so ist das Thermometer gegen ein anderes zu vertauschen, das in ganze Grade geteilt die Temperaturen von 0—75° angibt. Dabei ist zu beachten, daß nach eingesetzter Dichtung die Schraube möglichst angezogen wird. Zudem tut man gut, die Einschraubstelle mit Kollodium zu überstreichen, da sonst an dieser Stelle Luftblasen eingesaugt werden können, und sich alsdann eine konstante Temperatur überhaupt nicht erzielen läßt. Um auch aus dem Heizwasser keine entweichenden Luftblasen als störendes Moment zu erhalten, emp-

fiehlt es sich, das zu Heizzwecken bestimmte Wasser erst 1 bis 2 Stunden auszukochen oder Dampf durch dasselbe zu leiten. Vor dem Eingeben des Wassers in das Reservoir (ein an höherer Stelle angebrachter, verstellbarer Blechbehälter) überzeuge man sich, daß das Wasser ungefähr die gewünschte Temperatur zeigt. Von dem Blechbehälter tritt die Heizflüssigkeit in die untere Öffnung des Heizofens (vgl. Fig. 19), der durch einen Bunsenbrenner je nach Bedarf erhitzt wird, um oben wieder herauszutreten und durch die

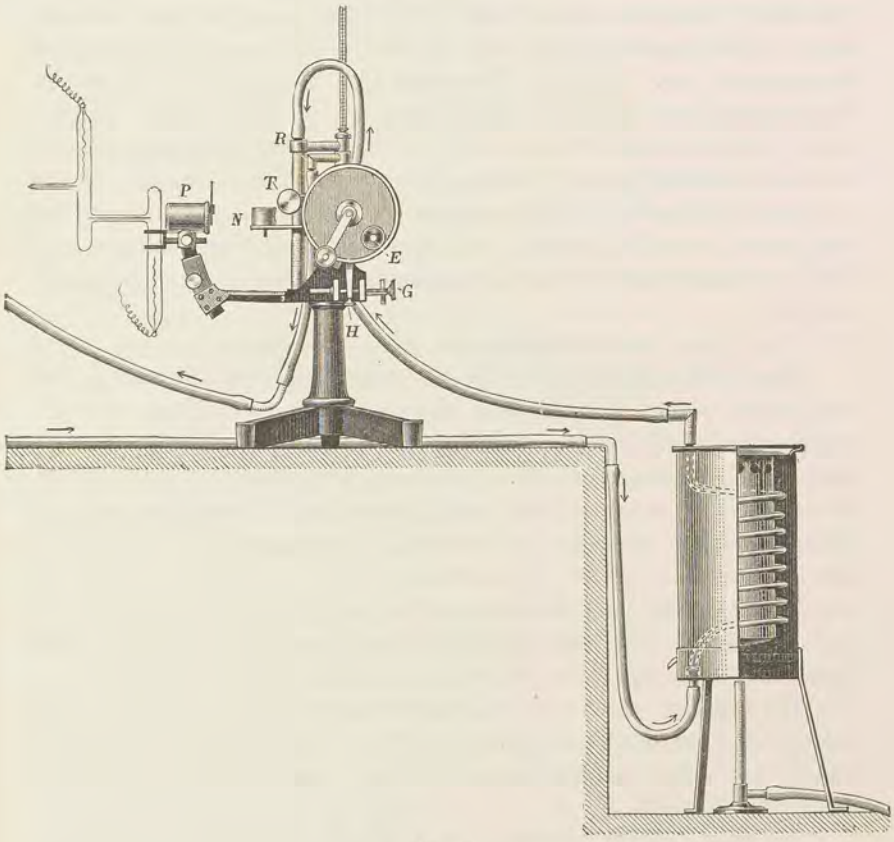


Fig. 19.

Schlauchleitung zum Prisma geführt zu werden. Zur Regelung der Temperatur dient also einmal die Höhe der Heizflamme und zweitens die Stärke des durchfließenden Heizwassers. Hat man einmal ungefähr die gewünschte Temperatur erhalten, nachdem die zu untersuchende Substanz in flüssigem Zustand in das Prisma

eingegeben und dieses mit dem Holzkragen (vgl. S. 27) umkleidet ist, so ändere man die genannten Bedingungen möglichst wenig, vor allem nicht gleichzeitig, um genau die gewünschte Temperatur zu erhalten. Erst wenn das Wasser eine ziemliche Zeit lang (mindestens 5 Min.) bei derselben Höhe des Bunsenbrenners und derselben Stärke des Wasserstroms das Prisma geheizt und man sich davon überzeugt hat, daß in der gesamten Strombahn keine Luftblasen zu sehen sind,[1] gehe man an die Ablesung. Die Ablesung und Beobachtung des Thermometers zeige zuerst, daß der Quecksilberfaden weder sichtbar steigt noch fällt. Dann müssen auch die Linien scharf erscheinen — was sie naturgemäß nur bei konstanter Temperatur tun. Da eine Konstanz der Temperatur sich schwer für längere Zeit erreichen läßt, müssen die Ablesungen ziemlich rasch hintereinander erfolgen, und zwischen jeder Ablesung muß das Thermometer beobachtet werden. Man verzichtet daher am besten in diesem Falle auf die Ablesungen an der Trommel, und sichert sich eine Kontrolle dadurch, daß man bei etwas veränderter, aber wieder konstant gewordener Temperatur nochmals die vier Linien abliest.

Die Folge der Beobachtungen wäre also diese:

Das Thermometer zeigt 66,4°, man habe sich überzeugt, daß die Linien scharf erscheinen. Ablesung der roten Linie 44°37′. Temperatur wieder 66,4°. Ablesung der blauen Linie 45°52′. Temperatur etwas gestiegen, 66,5°. Ablesung der violetten Linie 46°33′. Zurückdrehen zwischen rote und blaue Linie (zum Zwecke, die *D*-Linie rascher einstellen zu können), Temperatur 66,6°, Ablesung der Natriumlinie 44° 57′, Temperatur 66,6°.

Ganz konstant ist die Temperatur nicht geblieben, sondern um 0,2° gestiegen, was aber praktisch bei dieser Bestimmung nichts ausmacht; man setzt das Mitttel, also 66,5°, ein.

Um unsere Daten zu kontrollieren, wiederholen wir die Ablesung, nun bei der Temperatur von 65,8°, auf welche das Thermometer inzwischen gefallen sein soll, und lesen diesmal zuerst *D*, dann von H_γ nach H_α ab.

Ist diese zweite Ablesung beendigt, so stellen wir das Wasser ab, lösen schnell die Verbindungsstücke der Leitung vom Prisma, nehmen das Prisma ab und gießen die Substanz aus, solange sie noch in flüssigem Zustand ist.

An dieser Stelle sei nochmals darauf hingewiesen, daß bei Ent-

[1] Zu dem Zweck schaltet man vor und hinter dem Refraktometer in die Schlauchleitungen Verbindungsstücke aus Glas ein.

nahme der Brechungsexponenten aus den Tabellen die Korrektur x für den veränderten Brechungsexponenten des Prismas in Betracht zu ziehen, in unserem Falle also $x \cdot (66{,}5^0 - 20^0) = x \cdot 46{,}5^0$ zuzuzählen ist (vgl. S. 36 f. und Tab. C S. 120 ff.).

XIII. Lichtquellen.

Geisslerröhren.

Zur Bestimmung der Brechungsindizes für die drei Wasserstofflinien H_α (rot), H_β (blau) und H_γ (violett) werden hauptsächlich zwei Formen von Geisslerröhren benutzt: Die von der Firma Zeiss-Jena gelieferte ⊢-Form (vgl. Fig. 9 *Q*) und das Modell von R. Goetze-Leipzig (vgl. Fig. 14, vorne am Heeleschen Refraktometer), beide zur Längsdurchsicht.

Die erste Form gibt außerordentlich scharfe Bilder, weil man auf den scharfen kleinen Lichtfleck, welchen die horizontale Kapillare liefert, sehr gut einstellen kann.[1] Sind die Linien, namentlich die violette, nicht mehr deutlich sichtbar, so ist die Röhre erschöpft, das Gas von den Elektroden absorbiert, und eine Neufüllung mit Wasserstoff ist nötig. Man hält sich am besten ein oder zwei Röhren in Reserve. Die Firma Zeiss besorgt die Neufüllung.

Die Goetzeform hat der ersten gegenüber den Nachteil, daß an dem runden, dem Prisma zugewendeten Kopf der Röhre eine starke Zerstreuung des von der Kapillaren gelieferten Lichtes eintritt; auch stört das Licht der unteren Zylinderelektrode etwas. Dagegen ist diese Röhre entschieden handlicher und weniger zerbrechlich als die ⊢-Form.

Schaltung.

Beide Röhren werden mit dem Sekundärstrom eines mittelgroßen Induktoriums mit Platinunterbrecher (10 Volt Betriebsspannung) gespeist. In den Primärstrom schaltet man einen Regulierwiderstand, etwa einen Ruhstratschen Rheostaten zu 10 Ohm, und einen Stromschlüssel ein, wenn auf dem Brett des Induktoriums kein solcher angebracht ist. Rheostat und Stromschlüssel müssen vom Sitz des

[1] An dieser Stelle sei die empirische Tatsache erwähnt, daß es sich bei schwach gefärbten und absorbierenden Flüssigkeiten empfiehlt, den kleinen Lichtfleck durch Verschieben des Geisslerrohres an eine höhere Stelle des Silberzylinders zu projizieren, also nicht wie S. 24 angegeben (streifender Eintritt). Bei dieser Art von Einstellung heben sich die drei Hauptlinien des Wasserstoffspektrums von vollkommen dunklem Grunde ab, während bei streifendem Eintritt in dem Gesichtsfeld daneben schwächere Banden und Linien auftreten, welche namentlich bei H_γ für gefärbte Körper zu falscher Einstellung veranlassen können. F. E.

Beobachters aus leicht zu bedienen sein. Die Zuleitungen zu den Elektroden des Geisslerrohres müssen gut isoliert sein und keinen Zug ausüben. Man wird die Zuleitungen mit Hilfe von Porzellan-

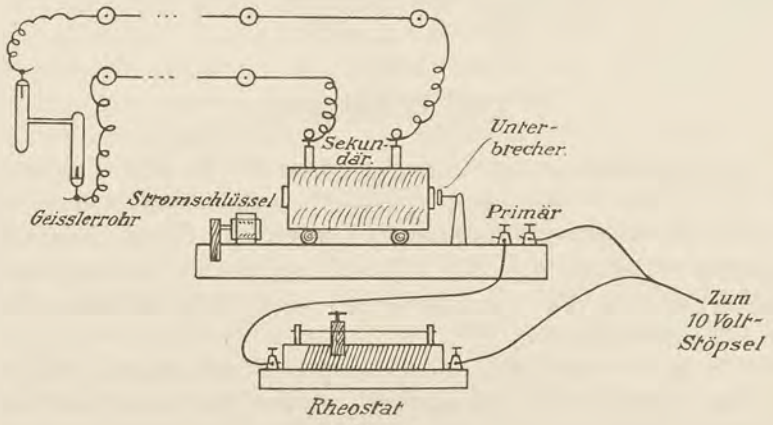


Fig. 20.

knöpfen an der Wand entlang führen bis in die Nähe der Kontakte an dem Geisslerrohr, und die letzten Drahtenden in Spiralform bringen. Die gesamte Schaltung bleibt ein für allemal zusammen (vgl. Fig. 20).

Um den Platinunterbrecher und das Geisslerrohr zu schonen, arbeitet man mit möglichst kleinen Stromstärken und schaltet nur, wenn man auf die violette Linie einstellen will, mehr Widerstand aus.

Natrium-licht.

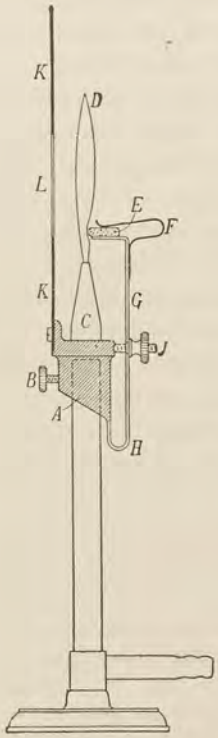


Fig. 21.

Zur Einstellung auf die *D*-Linie wird in allen Fällen ein starker Bunsenbrenner genügen, dessen Flammenkegel durch eine Asbestplatte mit Loch geht, auf dessen Rand etwas Natriumbromid oder -nitrat gelegt wird. Die Flammengase sind durch einen Abzug abzuführen. Da ein Energiebrenner zur Erzielung der genügenden Helligkeit nötig ist, dessen Hitze sich auch bei Wasserkühlung bemerkbar machen kann, schraubt man die Flamme sobald als möglich klein oder aus und bringt eine Glasplatte oder ein Akkumulatorenglas mit Wasser in den Strahlengang.

Ist nur eine kleinere Lichtmenge erforder-

lich (z. B. beim kleinen Pulfrichschen Apparat), so genügt ein gewöhnlicher Bunsenbrenner mit einem Platindraht, in dessen Öse sich eine größere Boraxperle befindet.

Einen mittleren Typus stellen die sogenannten Spektralbrenner dar, die in den verschiedensten Formen konstruiert werden.

Einen derartigen Brenner in Anlehnung an die erstgenannte Form empfiehlt die Firma Zeiss (vgl. Fig. 21). Auf einen gewöhnlichen Bunsenbrenner wird ein Aufsatz gesetzt. Daß Gußstück *A* trägt den Blendschirm *K*, der einen rechteckigen Ausschnitt *L* hat, die Flachbrennerdüse *C* und das Salztischchen. *E* ist ein mit Salz getränktes Bimssteinstückchen, das von der Feder *F* gehalten wird und mit der Schraube *J* der Flamme so weit genähert werden kann, daß es diese eben noch berührt.

XIV. Aufkitten des Trogs auf das Prisma der „Neukonstruktion“.

Der Trog wird gebildet (vgl. Fig. 22) durch einen Glaszylinder (*A*), dessen Boden die obere Fläche (*C*) des Prismas (*B*) bildet. Auf diesem muß er gut aufgekittet werden, was folgendermaßen durchzuführen ist.

Auf der gekrümmten Oberfläche eines dem Instrument beigegebenen kleinen Glasblocks wird der Kitt (am besten eine warme wässerige Lösung von Hausenblase) gut verteilt in dünner Schicht aufgetragen. Die geschliffene Fläche entspricht genau der Form der Prismenfläche (*C*) und folglich wird sich der Glaszylinder (*A*) beim Aufsetzen dem Block eng anschließen. Man dreht den gut gereinigten Zylinder einige Male um seine Mittelachse, beseitigt vorhandenes überschüssiges Bindemittel, und setzt ihn sodann auf das Prisma unter Anwendung leichten Drucks so auf, daß an der Kittstelle eine innige ununterbrochene Verbindung zwischen Zylinder und Trog vorhanden ist („optischer Kontakt“). Ferner hat man dafür zu sorgen, daß der Trog auch richtig auf dem Prisma steht, so daß die Durchtrittsstelle des Lichtstrahls ungefähr in der Mitte liegt und weiter, daß sich der obere Rand dem aufzusetzenden Verschluß (Manschette an der Thermometerhülse vgl. S. 27) gut anschmiegt, also horizontal ist. Um sich hier gut zu

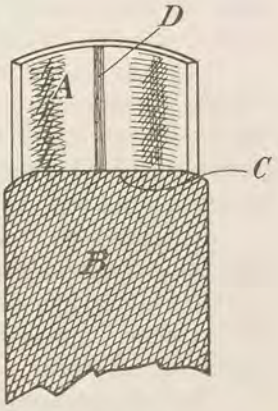


Fig. 22.

orientieren, benutzt man den in vertikaler Richtung durch die Trogwand gehenden dunklen Streifen (*D*), das Charakteristikum des „Jenaer Glases", dessen innezuhaltende Stellung man sich ein für allemal merkt.

Sitzt der Trog wirklich gut auf, so werden auch Substanzen, welche den Kitt angreifen würden, ihm bei kurzer Einwirkungsdauer nicht schaden. Immerhin ist ab und zu die Kittung zu wiederholen.

Will man den angekitteten Glastrog vom Prisma lösen, so ist nötig, langsam mit warmem Wasser die Kittung aufzulösen. Bei Anwendung von Gewalt sprengt man leicht mit dem harten Kitt Glasstückchen aus dem Prisma heraus.

XV. Spezifisches Gewicht.

Will man mit der Bestimmung des Brechungsexponenten mehr erreichen als die Charakterisierung und Identifizierung eines Körpers, will man einen von der zufälligen Beobachtungstemperatur unabhängigen Ausdruck erlangen, so muß man, wie in der Einleitung besprochen ist, den Brechungsexponenten mit dem spezifischen Gewicht des Körpers kombinieren.

Die Bestimmung des spezifischen Gewichts hat also der Bestimmung des Brechungsindex parallel zu gehen, und zwar müssen beide Bestimmungen möglichst bei der gleichen Temperatur und bei wenig haltbaren Flüssigkeiten sofort nacheinander geschehen.

Das spezifische Gewicht eines Körpers ist das Verhältnis zwischen seinem Gewicht und dem Gewicht eines gleichen Volumens Wasser von 4^0; also eine unbenannte Zahl wie der Brechungsindex; es ist die Zahl, welche angibt, wieviel mal schwerer der Körper ist als das gleiche Volumen Wasser von 4^0.

Im Sprachgebrauch des Laboratoriums benutzt man statt des Ausdrucks „spezifisches Gewicht" häufig auch den kürzeren Ausdruck „Dichte" als gleichbedeutend; das ist nicht streng richtig, da die Dichte keine unbenannte Zahl ist, sondern die Masse der Volumeinheit des Körpers.

Dem Sprachgebrauche folgend, werden auch wir im folgenden von „Dichtebestimmung" sprechen.

Da jeder Fehler in der Bestimmung des spezifischen Gewichts der untersuchten Flüssigkeit proportional in den Ausdruck für die Molekularrefraktion eingeht, muß auch die (an sich einfachere) Bestimmung des spezifischen Gewichts ausführlich besprochen werden.

XVI. Spezifisches Gewicht. Pyknometer.

Pyknometer.

In Betracht kommen für uns ausschließlich Flüssigkeiten (Schmelzen und Lösungen), während zur Dichtebestimmung in anderem Aggregatzustand auf die einschlägige Literatur verwiesen sei. Von den vielen zur Dichtebestimmung von Flüssigkeiten ausgearbeiteten Methoden erfüllt nur die pyknometrische die Forderung, in kurzer Zeit, auch mit wenig Substanz, genaue Resultate zu liefern.

Es haben sich die Pyknometer nach Ostwald und Sprengel-Rimbach als die geeignetsten erwiesen, welche die Figg. 23a und b zeigen. Sie bestehen aus einem Rumpf und zwei angesetzten Röhrchen. Das Rohr auf der einen Seite ist in eine kapillare Spitze

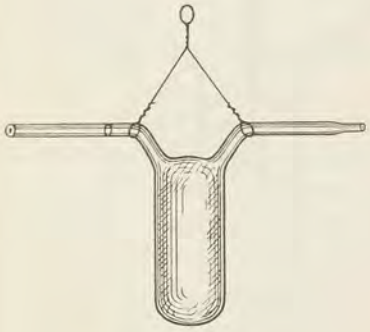


Fig. 23a.

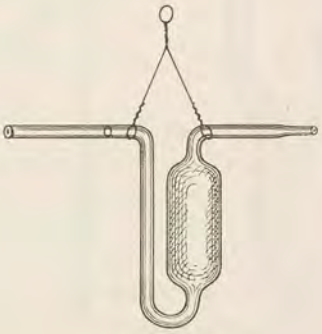


Fig. 23b.

Fig. 24.

ausgezogen, das andere meist etwas weitere Rohr trägt nahe dem Rumpf eine Marke. Die Pyknometer werden an einer gut befestigten Schlinge von dünnem Platindraht aufgehängt, durch welche die Glasmarke nicht verdeckt werden darf.

Die erstere Form (Fig. 23a) ist bedeutend weniger zerbrechlich und vor allem für Bestimmungen bei höheren Temperaturen die geeignetste. Für sehr kleine Flüssigkeitsmengen bedient man sich dagegen mit Vorteil der zweiten Form (Fig. 23b).

Für Dichtebestimmungen bei höheren Temperaturen kommen auch die Pyknometer von der Form wie Fig. 24 in Betracht.

In das Rumpfgefäß ist der durch eine Kapillare durchbohrte Glasstöpsel eingeschliffen. Diese Form hat jedoch den Nachteil, daß in vielen Fällen beim Einsetzen des Stöpsels die überschüssige Substanz nicht durch die Kapillare, sondern seitlich am Schliff austritt.

Handelt es sich um sehr niedrig siedende Flüssigkeiten bzw. Lösungen in einem niedrig siedenden Lösungsmittel, so empfiehlt es sich, ein Pyknometer zu wählen, bei dem Verluste durch Verdunsten vermieden werden können (Fig. 25 und 26). Die erstere Form zeichnet sich dadurch aus, daß der von der Flüssigkeit erfüllte Raum durch einen luftleer gepumpten Mantel daran gehindert wird, eine etwa im Wägezimmer herrschende höhere Temperatur sogleich anzunehmen. Man füllt nach Herausnahme des eingeschliffenen

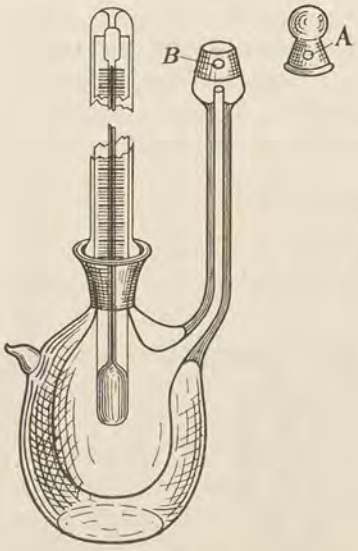


Fig. 25.

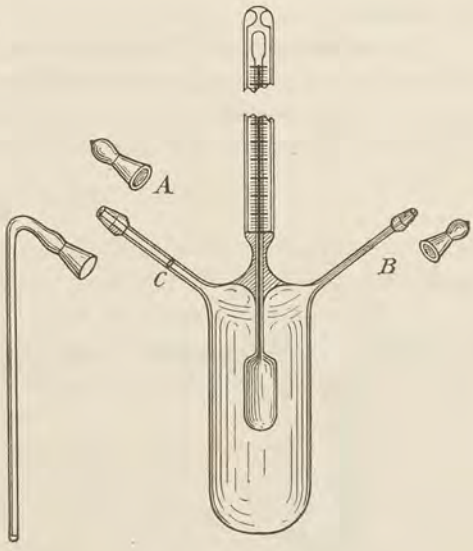


Fig. 26.

Thermometers und Entfernen der aufgeschliffenen Kappe (*A*) bis zum Rande, setzt sodann die Kappe so auf, daß die durchbohrte Stelle (*B*) genau auf die Bohrung des Mutterschliffs paßt, setzt das Thermometer ein, worauf durch eine seitliche Drehung der Kappe auch die Austrittsbohrung verschlossen wird.

Die zweite Form ist dem Sprengel-Rimbachschen Pyknometer nachgebildet. Hier ist das Thermometer eingeschmolzen, der eine Pyknometerarm (*A*) ist ca. 0,5 mm weit und trägt eine Einstellmarke (*C*), der zweite engere Arm (*B*) ist am Ende, wo gesaugt wird, kapillar ausgezogen. Beide Arme enden in Schliffe, welche durch aufgeschliffene Kappen verschließbar sind. Auf den Schliff des Armes *A* paßt der Schliff einer gebogenen Röhre, welche zum Füllen des Pyknometers aufgesetzt wird. Im übrigen ist die Handhabung dieser kleinen Apparate ganz die des Sprengelschen Pyknometers.

Eichung.

Es empfiehlt sich, einige Pyknometer von verschiedenem Inhalt von der Form 23a und b (etwa 0,5 ccm, 1 ccm und 3 ccm) geeicht vorrätig zu halten. Eichung und Handhabung beim Bestimmen des spezifischen Gewichts für die zu untersuchende Flüssigkeit geschieht folgendermaßen.

Man überzeugt sich, daß Platinschlinge und Marke richtig angebracht sind: die Marke, ein mit dem Glasmesser scharf um den Pyknometerast herumgeführter kreisförmiger Strich, darf nicht zu nahe an der Öffnung, der Spitze des Astes sitzen, damit die Flüssigkeit nicht beim Abwischen des Pyknometers oder in dem vielleicht wärmeren Wägezimmer aus dem Röhrchen austritt. Besteht diese Gefahr trotzdem, so spritzt man auf den Pyknometerrumpf etwas Äther, wodurch sich die Flüssigkeit schnell zusammenzieht; doch ist darauf zu achten, daß sich dabei außen kein Wasserbeschlag bildet!

Man fasse das gefüllte Pyknometer nie am Rumpf, nur am Draht oder einem Arm an!

Alle Bestimmungen sind doppelt auszuführen; bei Differenzen nimmt man das Mittel.

Beispiel.

Um die Ausführung der Eichung deutlicher zu machen, sei ein vollständiges zahlenmäßiges Beispiel gegeben. Das gut gesäuberte und getrocknete Pyknometer ist zunächst leer zu wägen. Sein Gewicht sei zweimal übereinstimmend zu 2,5656 g gefunden worden. Sodann füllt man es durch Eintauchen des nicht kapillar ausgezogenen Röhrchens und Saugen mit destilliertem, ausgekochten und wieder abgekühltem Wasser, wobei das kapillare Röhrchen durch Gummischlauch und Chlorcalciumrohr mit dem Munde verbunden ist. Ist das ganze Pyknometer gefüllt, ohne daß irgend ein Luftbläschen hängen geblieben ist, so hängt man das Instrument in das Bad, dessen Temperatur an einem in $^1/_5$ oder $^1/_{10}$ Grade geteilten Thermometer abgelesen wird. Das Bad besteht aus einem großen mit Wasser gefülltem Becherglas oder Blechtopf, die außen am besten durch Filzbelag oder Asbestpapier gegen rasche Temperaturänderungen geschützt sind. Auf dem Rande liegt ein durch Korkstopfen fixierter Glasrahmen mit zwei kleinen vertieften Ausbuchtungen, in die das Pyknometer eingehängt wird (vgl. Fig. 27).

Bad.

Die Korken, die eventuell mit $<$-förmigen Ausschnitten versehen werden, schiebt man so, daß sie den Rand des Gefäßes fest umklammern und die horizontale Lage des Glasrahmens fixieren. Das Pyknometer soll so tief in das Wasser eintauchen, daß nur die Arme oder wie bei Fig. 25 und 26 nur die Schliffe oben herausragen. Man achte darauf, daß das Badthermometer die Wandung

des Bades nicht berührt. Das Pyknometer bleibt so lange im Bade (mehrere Minuten!), daß es dessen Temperatur völlig angenommen hat und keine Bewegung des Flüssigkeitsmeniskus mehr zu bemerken ist. Währenddessen wird für Konstanz der Temperatur gesorgt und öfter mit einem Glasstab umgerührt.

Einstellen. In unserem Falle haben wir zuerst bei Zimmertemperatur zu arbeiten; sie sei etwa 15°. Der Flüssigkeitsmeniskus in dem weiteren Rohr — das engere Rohr bleibt stets ganz gefüllt — gehe nicht ganz bis zur Marke. Es muß somit Wasser nachgegeben werden. Das geschieht, indem man mit einem dünnen, rundgeschmolzenen Glasstab einen Tropfen an die ausgezogene Spitze des engeren Rohrs bringt, die davon aufsaugt. Dabei wird gewöhnlich der wandernde Meniskus die Marke im weiteren Rohr überschreiten und man hat durch Saugen mit einem Stückchen Fließpapier an der Kapillaren den Meniskus genau auf die Marke einzustellen. Steht der Meniskus

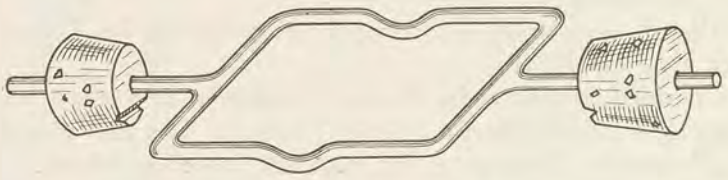


Fig. 27.

nach einiger Zeit noch auf der Marke, so ist man sicher, daß die Flüssigkeit die Badtemperatur wirklich angenommen hat. Wir lesen die Temperatur zu 15,0° ab. Das Pyknometer wird herausgenommen und sorgfältig mit Fließpapier getrocknet, wobei man sich hüten muß, der kapillaren Spitze zu nahe zu kommen.

Das gefüllte Pyknometer wird gewogen. Die Wägung ergibt das Gewicht zu 3,5487 g, mithin wiegt das betr. Volumen Wasser bei 15,0° 3,5487 − 2,5656 = 0,9831 g.

Die Bestimmung bei Zimmertemperatur pflegt die genausten Resultate zu ergeben und liefert uns mithin für die Eichung den Grundwert, den eine zweite Einstellung und eine zweite Wägung zu bestätigen hat.

Um die Eichung für alle in Betracht kommenden Temperaturen durchzuführen, bedarf es der Bestimmung des Wasserinhaltes bei verschiedenen Temperaturen, die wir am besten bei 10°, 15°, 20°, 25°, 30° usw. bis 50° mit je zwei Einstellungen und Wägungen durchführen. Bei hohen Temperaturen ist scharf darauf zu achten,

ob das Wasser nicht Luftblasen ausscheidet! Kommen für die Dichtebestimmungen nicht so hohe Temperaturen in Betracht, so begnügt man sich mit den Messungen bis zu 25 oder 30°.

Berechnung.

Früher war es üblich, die spezifischen Gewichte der Flüssigkeiten auf die des Wassers von der gleichen Temperatur zu beziehen (d_t'); man dividierte also nur das Gewicht der Flüssigkeit durch das mit demselben Pyknometer bei der gleichen Temperatur gefundene Gewicht des Wassers. Diese Berechnungsweise wird indessen nicht mehr angewandt, seit allgemein die Dichte des Wassers bei 4° als Einheit angenommen ist; und zwar ist bei der strengen Berechnungsart vorausgesetzt, daß alle Wägungen auf den luftleeren Raum reduziert sind. Bei den Wägungen in Luft wird das Gewicht des Pyknometers stets um das Gewicht des verdrängten Luftvolumens zu klein gefunden. Dieses Gewicht ist, wenn wir die kleinen Veränderungen der Luftdichte durch die Temperatur- und Luftdruckschwankungen vernachlässigen, eine konstante Größe, und zwar 1,2 mg pro Kubikzentimeter. Prozentual macht aber diese konstante Größe verschieden viel aus, wenn die Gewichte von Flüssigkeit und Wasser verschieden sind. Nehmen wir der Einfachheit halber an, wir hätten eine Dichtebestimmung bei genau 4° auszuführen und unser Pyknometer faßte genau 1 ccm. Die wahre Dichte der zu untersuchenden Flüssigkeit sei bei 4° 0,8000 (etwa Äthylalkohol). Dann würden die scheinbaren Gewichte von Flüssigkeit und Wasser in Luft sein: 0,8000 g — 0,0012 g und 1,0000 g — 0,0012 g; also 0,7988 g und 0,9988 g. Ihr Verhältnis, d. h. das spezifische Gewicht der Flüssigkeit ohne Reduktion auf den luftleeren Raum wäre also $\frac{0{,}7988}{0{,}9988} = 0{,}7998$ statt 0,8000! Hätten wir eine Flüssigkeit von der wahren Dichte 1,5000 zu untersuchen (etwa Chloroform), so würden wir ohne Reduktion $\frac{1{,}4988}{0{,}9988}$ oder 1,5006 statt 1,5000 finden. Gibt man also die vierte Dezimale an, so muß man die Reduktion aufs Vakuum ausführen, damit die vierte Dezimale auch richtig ist!

d_t' *vac.*

Reduktion auf das Vakuum.

Arbeiten wir nicht bei 4°, so müssen wir außer der Reduktion auf das Vakuum noch die Umrechnung des Wassergewichts auf 4° ausführen. Letzteres geschieht dadurch, daß wir die aufs Vakuum reduzierten Gramme Wasser bei t^0 durch die Dichte des Wassers bei t^0 Q_t dividieren.

Sei W das Gewicht Wasser [in Luft gewogen] bei t^0 und F das Gewicht Flüssigkeit [in Luft gewogen] bei t^0, dann ist die wahre

Dichte der Flüssigkeit bei t^0, auf das Vakuum und auf Wasser von 4^0 als Einheit bezogen,

Formel.

$$d_4^t = F\frac{Q - 0{,}0012}{W} + 0{,}0012\,.$$

Beweis. Beweis: Sei λ das Gewicht der verdrängten Luft $= 0{,}0012\ V$, wo V das Volumen des Pyknometers ist. Dann ist

$$d_4^t = \frac{F + \lambda}{W + \lambda} \cdot Q\,;$$

$\lambda = 0{,}0012\ V$ ist aber $= 0{,}0012\frac{W + \lambda}{Q}$, da $\frac{W + \lambda}{Q}$ das Volumen des Pyknometers ist.

Eine Umformung der Gleichung

$$\lambda = 0{,}0012\frac{W + \lambda}{Q}$$

ergibt

$$\lambda = \frac{0{,}0012\ W}{Q - 0{,}0012}\,.$$

Setzt man diesen Wert in die Gleichung

$$d_4^t = \frac{F + \lambda}{W + \lambda} \cdot Q$$

ein, so folgt

$$\frac{F + \frac{0{,}0012\ W}{Q - 0{,}0012}}{W + \frac{0{,}0012\ W}{Q - 0{,}0012}} \cdot Q = \frac{F(Q - 0{,}0012) + 0{,}0012\ W}{W(Q - 0{,}0012) + 0{,}0012\ W}\ Q$$

$$= \frac{F(Q - 0{,}0012) + 0{,}0012\ W}{W \cdot Q} \cdot Q = F \cdot \frac{Q - 0{,}0012}{W} + 0{,}0012 = d_4^t.$$

Den Ausdruck

$$\frac{Q - 0{,}0012}{W}$$

nennt man die „Pyknometerkonstante“ für die Temperatur t.

Die Werte von

$$\log \frac{Q - 0{,}0012}{W}$$

berechnet man sich für alle Temperaturen, bei denen man das Pyknometer geeicht hat. Zur leichteren Berechnung findet man in der Tabelle VII auf S. 74 die Werte von $\log (Q - 0{,}0012)$ von 5 bis 30^0 in Abständen von $0{,}5^0$.

Tabelle VI.
Leergewicht des Pyknometers 2,5656 g.

I t^0	II Pyknometer + Wasser	III Gramme Wasser	IV log Gramme Wasser	V $\log\left(\frac{\text{Spz.Gew.}H_2O \text{ bei } t^0-0{,}0012}{\text{Gramme Wasser}}\right)=$	VI $\log\left(\frac{Q-0{,}0012}{W}\right)$	I^a t^0
10,1°	3,5492	0,9836	0,99282 – 1	0,00654	0,00654	10
11					0,00653	11
12					0,00653	12
13					0,00652	13
14					0,00651	14
15,0°	3,5487	0,9831	0,99260 – 1	0,00650	0,00650	15
16					0,00650	16
17					0,00649	17
18					0,00648	18
19					0,00648	19
20,0°	3,5479	0,9823	0,99224 – 1	0,00646	0,00647	20
21					0,00646	21
22					0,00646	22
23					0,00645	23
24					0,00644	24
24,9°	3,5469	0,9813	0,99178 – 1	0,00643	0,00643	25
26					0,00643	26
27					0,00642	27
28					0,00641	28
29					0,00641	29
29,8°	3,5455	0,9799	0,99118 – 1	0,00640	0,00640	30
31					0,00639	31
32					0,00638	32
33					0,00638	33
34					0,00637	34
35,0°	3,5441	0,9785	0,99054 – 1	0,00636	0,00636	35
36					0,00636	36
37					0,00635	37
38					0,00634	38
39					0,00634	39
39,8°	3,5423	0,9767	0,98976 – 1	0,00633	0,00633	40
41					0,00632	41
42					0,00632	42
43					0,00631	43
44					0,00630	44
44,7°	3,5404	0,9748	0,98892 – 1	0,00630	0,00630	45
46					0,00629	46
47					0,00628	47
48					0,00627	48
49					0,00626	49
50,0°	3,5384	0,9728	0,99802 – 1	0,00625	0,00625	50

Aus den so berechneten Werten interpoliert man sich die Werte von

$$\log \frac{Q - 0{,}0022}{W}$$

für jeden Grad, wie man es für unser Pyknometer in der vorstehenden Tabelle findet.

Kleine Unstimmigkeiten gleicht man aus. Widersprechen sich einige Daten, so entscheidet der Grundwert, der Wert, der der Zimmertemperatur am nächsten liegt.

Außer den Werten für

$$\log \frac{Q - 0{,}0012}{W}$$

braucht die Tabelle nur noch das Leergewicht des Pyknometers zu enthalten.

In unserem Fall ist

$$\begin{aligned} \log (Q - 0{,}0012) &= 0{,}99910 - 1 \\ + \log \quad W \quad &= 0{,}99260 - 1 \\ \hline \log \frac{Q - 0{,}0012}{W} &= 0{,}00650 \end{aligned}$$

Der

$$\log \frac{Q - 0{,}0012}{W}$$

nimmt, wie man aus Tabelle VI sieht, mit steigender Temperatur ab, das rührt daher, daß sich mit steigender Temperatur nicht nur die Flüssigkeiten, sondern auch — allerdings in viel geringerem Maße — das Glas ausdehnt.

$$\frac{Q - 0{,}0012}{W}$$

entspricht aber ziemlich genau dem Werte $\frac{1}{V}$, dem reziproken Volumen; wenn V mit steigender Temperatur wächst, muß $\frac{1}{V}$, also auch

$$\log \frac{Q - 0{,}0012}{W}$$

abnehmen.

Ausdehnungskoeffizient des Glases.

Aus obiger Tabelle könnte man den Ausdehnungskoeffizienten des Glases berechnen:

$$V_{50^0} = V_{10^0} \left(1 + \alpha (50^0 - 10^0)\right).$$

$$\alpha = \frac{\frac{V_{50^0}}{V_{10^0}} - 1}{50^0 - 10^0}.$$

$\log \frac{V_{50^0}}{V_{10^0}}$ ist gleich der Differenz zwischen den Pyknometerkonstanten bei 10° und 50°, also gleich 0,00029.

$\frac{V_{50^0}}{V_{10^0}}$ ist also gleich 1,00067 und $\alpha = \frac{0{,}00067}{40^0} = 0{,}000017$.

Der hier ermittelte Wert kann indessen keinen Anspruch auf große Genauigkeit machen, da mit einer zu kleinen Wassermenge gearbeitet wurde. Ein Wägefehler von nur 0,1 mg würde α um ca. $^1/_8$ seines Wertes ändern (auf 0,000019 oder 0,000015). Will man α wirklich genau bestimmen, so muß man mit erheblich größeren Pyknometern arbeiten.

XVII. Bestimmung der Dichte einer Flüssigkeit.

Dichtebestimmung.

In der angegebenen Weise wird das Pyknometer, das man so groß wählt, als es die zur Verfügung stehende Flüssigkeitsmenge gestattet, mit der fraglichen Flüssigkeit gefüllt. Nach Annahme der Badtemperatur wird der Meniskus auf die Marke eingestellt und sodann die Wägung des getrockneten Pyknometers vorgenommen.

Die Temperatur des Bades sei zu 13,0°, das Gewicht des gefüllten und abgetrockneten Pyknometers zu 3,4356 g gefunden worden, mithin das der Flüssigkeit zu 0,8700 g. Zu dem Logarithmus dieser Zahl ist der Logarithmus unserer Pyknometerkonstanten für 13,0° (vgl. Tabelle VI) zuzuzählen. Der Numerus der Summe ergibt nach Addition der Luftdichte 0,0012 die Dichte der Flüssigkeit bei 13,0° auf Wasser von 4° und den luftleeren Raum bezogen:

(Logarithmen) $0{,}93952 - 1 + 0{,}00652 = 0{,}94604 - 1$;
(Numerus hiervon: 0,8832)

$$0{,}8832 + 0{,}0012 = 0{,}8844 = d_4^{13,0^0}.$$

Wurden die Brechungsexponenten der Flüssigkeit nicht gerade bei 13,0°, sondern bei einer benachbarten Temperatur bestimmt, z. B. bei 14,6°, so rechnet man die Dichte um. Einer Veränderung von 1° entspricht (bei Temperaturen, die dem Siedepunkt der Flüssigkeit nicht zu nahe liegen) mit hinreichender Genauigkeit eine Änderung der Dichte um 0,00093, wobei die Korrektur natürlich mit steigender Temperatur negativ ist. Der Differenz $(14{,}6 - 13{,}0^0) = 1{,}6^0$ entspricht also ein Abzug von 0,0015; $d_{4^0}^{14,6^0}$ ist also 0,8829.

Über die Umrechnung des Brechungsexponenten vgl. S. 76.

Arbeitet man bei einer Temperatur, welche nicht in oder nahe an das Temperaturintervall der Eichung fällt, so hat man das Pyknometer nochmals bei der betreffenden Temperatur mit Wasser auszuwägen.

Temperaturkoeffizient der Pyknometerkonstanten.

Sehr viel einfacher gestaltet sich die Eichung, wenn man Pyknometer aus ein und derselben Glassorte benutzt, deren Ausdehnungskoeffizient bekannt ist. Man hat dann nur bei Zimmertemperatur eine genaue Bestimmung zu machen (mindestens zwei Einstellungen und Wägungen) und kann sich die ganze Tabelle aus diesem Wert berechnen. So gibt es z. B. eine Sorte Jenaer Normalglas,[1] bei dem der tabellierte

$$\log \frac{Q - 0{,}0012}{W}$$

sich von Grad zu Grad um genau eine Einheit der fünften Dezimale ändert; doch gilt dies streng nur bei Intervallen von ca. 10° bis ca. 30°. Bei größeren Intervallen pflegen alle Ausdehnungskoeffizienten größer zu werden.[2]

Strebt man nicht die äußerste Genauigkeit an, so kann man bei nicht zu großen Temperaturdifferenzen für jedes Pyknometer, ganz gleich aus welcher Glassorte es besteht, pro Grad + 0,00001 vom

Änderung im Logarithmus.

$$\log \frac{Q - 0{,}0012}{W}$$

abziehen und pro Grad − zuzählen. Denn die Ausdehnungskoeffizienten aller gebräuchlichen Gläser liegen bei Zimmertemperatur zwischen 0,000016 und 0,000025. Für 10° Temperaturdifferenz ergibt der erste Wert 0,00007, der zweite 0,00011 statt 0,00010. Eine Abweichung von 0,00003 im Logarithmus macht aber bei $d = 0{,}800$ eine halbe Einheit der vierten Dezimale aus, und bei $d = 1{,}500$ genau 0,0001.

---

[1] Jenaer Normalglas XVI, für das der kubische Ausdehnungskoeffizient bei 18° 0,0000234 ist; $\log(1 + 0{,}0000234\,t)$ ist für kleine Werte von $t = 0{,}0000\,t$, da $\log 1{,}0000234 = 0{,}0000100$ ist.

[2] Man muß dann mit Formeln rechnen wie: $V_t = V_0(1 + \alpha t + \beta t^2 + \ldots)$. Bei kleinen Temperaturdifferenzen darf man die Reihe mit dem ersten Glied abbrechen, wie oben geschehen ist.

XVIII. Bestimmung der Dichte bei höherer Temperatur.

Bei höherer Temperatur das spezifische Gewicht einer Schmelze zu ermitteln ist etwas schwieriger und bedingt zum raschen Arbeiten einige Übung, zumal wenn der zu untersuchende Körper sich nicht unterkühlen läßt.

Man stellt am besten einen Trockenschrank auf eine etwas höhere Temperatur als die des Bades ein, also etwa auf 55 bis 60°, wenn der Schmelzpunkt des Körpers bei 40° und die Temperatur des Bades bei 45° liegt. Pyknometer und Substanz nehmen die Temperatur des Trockenschranks an, während eine konstante Badtemperatur eingestellt wird. Sodann wird das Pyknometer gefüllt, eingehängt und sofort an einem vorgewärmten Glasstabe ein Tropfen der Flüssigkeit an die Spitze gebracht, so daß auch nach Annahme der Badtemperatur der Meniskus die Marke überschreitet. Nach Annahme der Badtemperatur wird mit einem Stückchen Fließpapier auf die Marke eingestellt, während man nach gutem Umrühren das Thermometer abliest. Sollte die Substanz in einer der herausragenden Röhren erstarren, so erwärmt man die betreffende Stelle mit einem warmen Metallspatel, bis Wiederverflüssigung eintritt. Zu empfehlen ist es, die Heizflamme des Bades mit einem Regulator zu verbinden, wie er in Thermostaten verwendet wird.

Bei Verwendung eines Pyknometers mit eingeschliffenem Stopfen ist man auf eine größere Menge Substanz angewiesen. Abgesehen von der einen Schwierigkeit, daß nämlich der Überschuß an Flüssigkeit statt durch die Kapillare seitlich austritt, wird man bei hohen Temperaturen hier leichter zu Streich kommen.

Bei der bedeutend selteneren Anwendung eines solchen Pyknometers wird man auf eine Eichungstabelle verzichten.

Für genaues Arbeiten ist auf folgendes zu achten:

1. Jedes Pyknometer ist wie ein Thermometer, dem es ja im Bau durchaus analog ist, der thermischen Nachwirkung unterworfen. Hat man das Pyknometer zuerst bei 10° ausgewogen und es dann auf 50° erhitzt und wiederholt sofort die Bestimmung bei 10°, so wird man ein etwas zu hohes Wassergewicht finden, weil das der hohen Temperatur entsprechende Glasvolumen bei schneller Abkühlung noch einige Zeit erhalten bleibt, nur langsam zurückgeht. Hat man Bestimmungen bei hohen und tiefen Temperaturen auszuführen, so beginne man mit der tieferen Temperatur. Aus dem

Tabelle VII.

Hilfstabelle zur Eichung der Pyknometer.

Dichte des destillierten Wassers Q und log von $Q - \delta$
[δ = mittlere Dichte der atmosphärischen Luft = 0,0012]
für $t = 5{,}0^0$ bis $t = 30{,}5^0$ in Abständen von $0{,}5^0$.

Die Kennziffer sämtlicher Logarithmen ist 0,0 . . . . −1.

t^0	Q_t	log $(Q_t - \delta)$	t^0	Q_t	log $(Q_t - \delta)$
5,0°	0,999 99	0,999 47 − 1	5,5°	0,999 98	0,999 47 − 1
6,0°	97	47 − 1	6,5°	95	46 − 1
7,0°	93	45 − 1	7,5°	90	44 − 1
7,0°	88	43 − 1	8,5°	84	41 − 1
9,0°	81	40 − 1	9,5°	77	38 − 1
10,0°	0,999 73	0,999 36 − 1	10,5°	0,999 68	0,999 34 − 1
11,0°	63	32 − 1	11,5°	58	30 − 1
12,0°	53	27 − 1	12,5°	47	25 − 1
13,0°	40	22 − 1	13,5°	34	19 − 1
14,0°	27	16 − 1	14,5°	20	13 − 1
15,0°	0,999 13	0,999 10 − 1	15,5°	0,999 05	0,999 07 − 1
16,0°	0,998 97	03 − 1	16,5°	0,998 89	00 − 1
17,0°	80	0,998 96 − 1	17,5°	71	0,998 92 − 1
18,0°	62	88 − 1	18,5°	53	84 − 1
19,0°	43	80 − 1	19,5°	33	75 − 1
20,0°	0,998 23	0,998 71 − 1	20,5°	0,998 13	0,998 66 − 1
21,0°	02	62 − 1	21,5°	0,997 91	57 − 1
22,0°	0,997 80	52 − 1	22,5°	68	47 − 1
23,0°	56	42 − 1	23,5°	45	37 − 1
24,0°	32	31 − 1	24,5°	20	26 − 1
25,0°	0,997 07	0,998 20 − 1	25,5°	0,996 94	0,998 15 − 1
26,0°	0,996 81	09 − 1	26,5°	68	03 − 1
27,0°	54	0,997 97 − 1	27,5°	40	0,997 91 − 1
28,0°	26	85 − 1	28,5°	12	79 − 1
29,0°	0,995 97	72 − 1	29,5°	0,995 82	66 − 1
30,0°	0,995 67	0,997 59 − 1	30,5°	0,995 52	0,997 53 − 1

gleichen Grunde vermeide man es, beim Trocknen hoch zu erhitzen; man spüle mit absolutem Alkohol und Äther und sauge mit einer Wasserstrahlpumpe Luft durch.

2. Ältere Thermometer, namentlich solche aus geringeren Glassorten, zeigen oft zu hohe Temperaturen an. Bei Bestimmungen, wo die äußerste Genauigkeit angestrebt wird, vergleiche man daher das bei der Bestimmung von n und das bei der Bestimmung von d benutzte Thermometer miteinander. Zweckmäßig vergleicht man auch das bei der Eichung des Pyknometers benutzte Thermometer mit einem Normalthermometer oder bestimmt den Nullpunkt, wenn dieser innerhalb der Teilung liegt, mit reinem Eis und destilliertem Wasser. Die dabei beobachtete Abweichung von 0° zieht man bei allen weiteren Temperaturablesungen ab.

XIX. Änderung der Dichte und der Brechungsindices mit der Temperatur.

Beide Änderungen sind jeder Substanz eigentümliche Daten, so daß man sich gemeinhin mit sorgfältig an dem verschiedenartigsten Material ermittelten Durchschnittswerten als Annäherung begnügen muß.

Änderung der Dichte pro 1°.

Aus 39 verschiedenen Körpern, deren Dichten bei den verschiedenen Temperaturen von Perkin, Knops und Falk ermittelt worden waren, leiten wir als Mittelwert **0,00093** pro 1° ab. Dabei ist zu betonen, daß dieser Koeffizient nicht für höhere Temperaturen, nicht über 50° gilt, und daß ferner das betreffende Temperaturintervall mindestens 40° unterhalb des Siedepunktes des Körpers liegen muß.

Das benutzte Zahlenmaterial zeigte für die Ausdehnung pro 1° als Minimum ca. 0,00069, als Maximum 0,00107, woraus ohne weiteres ersichtlich, daß jene Zahl wirklich nur einen groben Annäherungswert darstellen soll, den man am besten nur für die Bruchteile eines Grades anwendet, wenn also z. B. bei 16,0° die Brechungsindices abgelesen wurden, wogegen die Bestimmung der Dichte bei 16,8° geschah.

Brühl hatte aus seinem großen Material als mittleren Ausdehnungskoeffizient für die untersuchten Flüssigkeiten pro 1° 0,0008 gefunden, welche Zahl bisher zumeist angewandt wurde.

In vielen Fällen empfiehlt es sich als Ausdehnungsfaktor $^1/_{900}$ des spezifischen Gewichtes pro 1° einzusetzen, vor allem für spezifisch sehr schwere Flüssigkeiten. Auch für Benzol und ähnliche Kohlenwasserstoffe leistet diese Rechnungsart gute Dienste.

Wasser hat eine abnorm kleine Ausdehnung.

Änderung der Indices pro 1°.

Das von uns benutzte Material bestand aus 26 Körpern der verschiedensten Art, die Knops und Falk untersucht hatten.

Auch hier sind nur rohe Mittelwerte zu erreichen, da auch hier eine der Substanz eigentümliche Konstante vorliegt.

Bisher pflegte man für sämtliche vier Linien (H_α, D, H_β und H_γ) pro 1° eine Änderung von 0,00045 Einheiten einzusetzen.

Die Ableitung aus den genannten 26 Körpern ergab ganz ähnliche Zahlen.

Es fand sich als Koeffizient für 1° im Mittel

H_α	D	H_β	H_γ
0,00044	0,00044	0,00045	0,00046
Maximum		Minimum	
für C 53, für G' 58 × 10^{-5}		für C 38, für G' 39 × 10^{-5}	

so daß man in der Tat bei Umrechnungen auf kleine Temperaturintervalle den bisher gebräuchlichen Wert 0,00045 für alle vier Linien einsetzen kann.

Über das abnorme Verhalten des Wassers und einige Einzelwerte normaler Flüssigkeiten vgl. S. 37 Tab. V.

Nachtrag

zu Abschnitt VIII (Heelesches Refraktometer) vgl. S. 40 unten.

Die Firma H. Heele-Berlin stellt in neuester Zeit Refraktometer mit schwächer brechendem Glaskörper her. Der Typus des Apparats ist sonst unverändert.

Die Brechungsexponenten des neuen Glaskörpers sind bei 18°:

$$n_C = 1{,}62678\,, \qquad n_D = 1{,}63190\,, \qquad n_F = 1{,}64473\,.$$

Dem meist benutzten Intervall ($n_D = 1{,}31$ bis $1{,}61$) entspricht ein Bereich von 53,4° bis 80,6°.

Ist $n_D = 1{,}30$, so ändert 1′ Ablesefehler das Resultat um 0,00028,
„ „ = 1,45, „ „ „ „ „ „ „ 0,00022,
„ „ = 1,60, „ „ „ „ „ „ „ 0,00010.

Die Genauigkeit ist also eine erheblich größere als bei dem alten Typus mit stärker brechendem Glaskörper.

Nachtrag

zu Abschnitt XI (Differenzprismen) vgl. S. 50 Mitte.

Die Firma Zeiss-Jena versieht in letzter Zeit ihre Differenzprismen IV^b und V^b auf Wunsch mit einer Hohlfassung zum Wasserdurchfluß.

XX. Die Entwickelung der Molekularrefraktion und -dispersion.

Refraktionskonstante.

Die erste Refraktionskonstante, ein Ausdruck also, welcher eine auf Dichte und Brechungsvermögen eines Körpers beruhende, von den äußeren Bedingungen (Aggregatzustand, Temperatur und Druck) unabhängige Funktion darstellen sollte, wurde vor über 200 Jahren von Newton in dem Ausdrucke $\frac{n^2 - 1}{d}$ aufgestellt. Betrachtungen über die von ihm geschaffene Emanationstheorie des Lichts hatten Newton zu dieser Konstante geführt. Berthelot war dann der erste Forscher, welcher diese Refraktionskonstante zum Vergleiche mehrerer Körper untereinander anwandte, wozu er den nach der Newtonschen Formel gewonnenen Wert mit dem Molekulargewichte des Körpers multiplizierte, und damit sich als erster der Molekularrefraktion bediente.

Waren diese früheren Beobachtungen fast durchgehends an Gasen angestellt worden, so fand die Molekularrefraktion ihre Verwendung zur Untersuchung von flüssigen Körpern erst in den systematischen Versuchen von Dale und Gladstone (1858). Diese Forscher bedienten sich eines neuen Ausdrucks $\frac{n - 1}{d}$, welchen sie sich empirisch aus ihren Untersuchungen über organische flüssige Körper abgeleitet hatten, nachdem sie die allgemeine Unbrauchbarkeit

der älteren Formel dargetan hatten. Zum Teil ist der Ausdruck $\frac{n-1}{d}$ noch heute in England in Gebrauch; im großen und ganzen ist er aber durch einen anderen, nämlich die Formel $\frac{n^2-1}{n^2+2} \cdot \frac{1}{d}$ verdrängt, welche Lorentz und Lorenz unabhängig voneinander aus theoretischen Betrachtungen abgeleitet hatten; Lorentz auf Grund der elektromagnetischen Lichttheorie, Lorenz ausgehend von den Anschauungen der gewöhnlichen Theorie über die Fortpflanzung des Lichts. Bei bleibendem Aggregatzustande leisten die beiden letztgenannten Formeln beinahe gleich gute Dienste. Bei steigender Temperatur gibt der Ausdruck $\frac{n-1}{d}$ etwas fallende, die Formel $\frac{n^2-1}{n^2+2} \cdot \frac{1}{d}$ etwas steigende Werte. Darauf baute Eykman eine weitere Formel $\frac{n^2-1}{n+0{,}4} \cdot \frac{1}{d}$ auf, welche in der Tat für größere Temperaturintervalle vorzügliche Dienste leistet. Als rein empirisch abgeleiteter Ausdruck fand sie aber keine weitere Verwendung.

Theoretisch betrachtet,[1] gibt der Lorentz-Lorenzsche Ausdruck $\frac{n^2-1}{n^2+2} \cdot \frac{M}{d}$ den Raum an, den das Molekül ohne die Ätherhülle erfüllt, wobei jedoch die Ableitung aus dem Clausius-Mosottischen Gesetz verlangt, daß der dispersionsfreie Brechungsexponent für Licht von unendlicher Wellenlänge in den Ausdruck einzusetzen ist (vgl. S. 4). Die Erfahrung zeigt indessen, daß man auch für andere Lichtarten eine angenäherte Konstanz jenes Ausdrucks erhält.

Molekularrefraktion und -dispersion.

Man benützt die rote Wasserstofflinie (H_α), die blaue (H_β) und violette (H_γ) des gleichen Spektrums, sowie die Natriumlinie (D). Die Molekularrefraktionen, aufgestellt für einen bestimmten Strahl, geben deshalb keine absolut vergleichbaren Werte, weil sie von dem dem Körper eigenen Dispersionsvermögen abhängig sind. Um sich von der Dispersion unabhängig zu machen, versuchte man die Molekularrefraktion M_A für einen Strahl von unendlicher Wellenlänge anzugeben. Dieser Ausdruck, der nicht experimentell zu ermitteln ist, mußte durch Berechnung auf Grund einer Formel gewonnen werden. Als solche wurde besonders ein von Cauchy aufgestellter Ausdruck angewandt, bei dessen Ableitung man von der Annahme ausging, daß der Brechungsexponent eines jeden Mediums mit

[1] Vgl. z. B. Lehrbuch von Nernst.

wachsender Wellenlänge einem Minimum zustrebt, einem Grundwert also, der erreicht ist, wenn $\lambda = \infty$ geworden ist.

Die Entdeckung der anomalen Dispersion (vgl. S. 6), das ist der Tatsache, daß die Brechungsexponenten mit wachsender Wellenlänge nicht immer stetig abnehmen, sondern mitunter eine oder mehrere Maxima und Minima aufweisen, entzog dieser Anschauung den Boden. Als dann noch mehrere Forscher nachwiesen, daß die Beziehung auf einen Strahl von unendlicher Wellenlänge praktisch ganz unbrauchbare Ergebnisse lieferte, verschwand der Ausdruck M_A aus der Literatur.

Wohl gerade durch den Umstand, daß die Dispersion eines Körpers aus dem Refraktionsausdruck nicht zu eliminieren ist, wurde Brühl veranlaßt, systematische Untersuchungen über das Zerstreuungsvermögen des Körpers in Zusammenhang mit ihrer Konstitution anzustellen. Als Dispersionsausdruck wählte er die Differenz der Molekularrefraktionen für die Wasserstoffstrahlen H_γ und H_α. In neuester Zeit benutzt man daneben aus praktischen Gründen die Dispersion $H_\beta - H_\alpha$.

Molekularrefraktion und -dispersion und Konstitutionsbestimmungen. Atomrefraktionen.

Die ältere Anschauung über die Molekularrefraktion und Dispersion sah in ihr eine rein additive Eigenschaft des Moleküls, wie man ja auch das Molekularvolumen additiv aus den Atomvolumina zusammensetzte. Im Laufe von ungefähr 60 Jahren erkannte man, daß in der Refraktometrie (wie auch auf anderen Gebieten) die Eigenschaften der Verbindungen nur angenähert additiv sind. Dies Ergebnis entsprang den ständig fortgesetzten Bemühungen einer Reihe von Forschern — vor allem sind hier die Namen zu nennen: Berthelot, Delffs, Dale, Gladstone, Landolt, Brühl und Eykman — die Molekularrefraktion und -dispersion zur Konstitutionsaufklärung heranzuziehen.

Für optische Untersuchungen zum Zwecke von Konstitutionsfragen war es nötig, die Refraktionswerte der einzelnen Atome mit einiger Sicherheit zu berechnen, um aus der Summe der Atomrefraktionen den theoretischen Wert für die Molekularrefraktion zu erhalten. Dazu boten homologe Reihen die besten Aussichten, und ihr Studium wurde dementsprechend am ersten in Angriff genommen.

Wir müssen uns hier begnügen, die Hauptresultate der Forschungen über die Atomrefraktionen auszuführen.

Bei den Untersuchungen über die Olefine und aromatischen Verbindungen traf man stets auf Anomalien. Brühl gelang der Nachweis, daß diese Erscheinung einer jeden ungesättigten Verbindung eigentümlich sei; je mehr Doppelbindungen im Molekül, desto größer die Abweichung, für die — also der Anzahl der Kohlenstoffdoppelbindungen entsprechend — ein zahlenmäßiges Inkrement einzusetzen ist. Dasselbe trifft für den Fall der dreifachen Bindung zu. Weiter stellte sich heraus, daß sich Carbonyl-, Äther- und Hydroxylsauerstoff sich optisch verschieden verhalten und für jede besondere Form eine besondere Atomrefraktion einzusetzen ist. Der Hydroxylsauerstoff zeigt den kleinsten Wert, der an zwei C-Atome gebundene Äthersauerstoff einen etwas höheren, wogegen dem Carbonylsauerstoff auf Grund seiner doppelten Bindung zwischen Kohlenstoff und Sauerstoff eine erheblich höhere Atomrefraktion zukommt.

Wie man zu den Einzelwerten für die Atome und die verschiedenen Bindungsarten gelangte, kann hier nur kurz angedeutet werden.

Zunächst bestimmte man aus einer großen Zahl von homologen Reihen das der Differenz CH_2 entsprechende Inkrement der Molekularrefraktion. Durch Subtraktion dieses Wertes bzw. seiner Multipla von den Molekularrefraktionen der Aldehyde und Ketone ergab sich die Atomrefraktion des Carbonylsauerstoffs. Subtrahierte man diesen Wert $+ n\,CH_2$ von der Molekularrefraktion der Säure $C_nH_{2n}O{\cdot\cdot}O{\cdot}$, so erhielt man den Wert für den Hydroxylwasserstoff. Subtrahiert man von den Werten für die Paraffine das entsprechende Multiplum von CH_2, so bleibt der Wert für H_2. Die Kombination von CH_2 und H_2 ergibt den Wert für C usw.

Wenden wir uns nun zu der weiteren Entwickelung der Spektrochemie, der Lehre von dem Zusammenhang zwischen Lichtbrechungsvermögen und Konstitution. Wie besonders betont sei, sind es die organischen flüssigen oder geschmolzenen Verbindungen, welche hier ausschließlich in Betracht kommen.

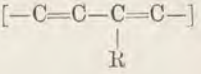
In erster Linie ist zu unterscheiden zwischen optisch normalen und optisch anomalen Körpern. Zu der ersteren Gruppe gehört weitaus die Mehrzahl der Körper; die Bezeichnung „normal“ soll also aussagen, daß sich für solche Stoffe bei der Aufstellung der Molekularrefraktion und -dispersion keine weitgehenden konstitutiven Einflüsse gegenüber dem additiven Charakter der Methode geltend machen. Bei dieser Körperklasse stimmen die ermittelten Werte für die Molekularrefraktion und -dispersion innerhalb geringer Fehlergrenzen mit der aus den Atomrefraktionen für das Molekül berechneten Summe überein.

Sehr viel komplizierter liegen die Dinge bei der zweiten Gruppe, der der optisch anomalen Körper. Das Studium mehrerer Jahrzehnte war nötig, um hier einigermaßen Klarheit zu schaffen und die hier geltenden Gesetzmäßigkeiten festzulegen. Andererseits sind es aber gerade diese Fälle, welche bei Konstitutionsaufklärungen von Wichtigkeit sind; denn gerade hier machen sich neben dem additiven Charakter struktuelle Einflüsse geltend. Für eine ganze Reihe von Fragen bedarf es aber noch der intensivsten Arbeit, um auch hier die Spektrochemie zum wertvollen Hilfsmittel zu gestalten.

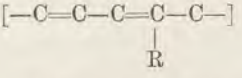
Die bisher klar gelegten Gesetzmäßigkeiten für optisch anomale Körper sind in neuerer Zeit fast ausschließlich von Brühl (vgl. Ber. **40**. 878 und 1153, 1907), sowie von Auwers und Eisenlohr (vgl. J. pr. Chem. (2) **82**. 65, 1910 und Fortsetzungen; auch Eisenlohr, Habilitationsschrift, Greifswald 1910) aufgestellt und zusammenhängend wiedergegeben worden. Einige der Brühlschen Thesen bedürfen noch weiterer Bearbeitung, welche zum Teil im Gang ist. Wo nach dem jetzigen Stand dieser Arbeiten ein Einwand oder Zusatz zu machen ist, wird dieser in der unten folgenden Aufzählung gleich angeführt.

I. **Konjugation und Exaltation.** Die Konjugation zweier Doppelbindungen untereinander [—C=C—C=C—], sei es im offenen oder cyclischen System, sei es Äthylen- oder Carbonylbindung im Verein mit einer Benzoldoppelbindung (auch Naphtalinring usw.), ebenso die dreifachen Bindungen untereinander oder gegen Äthylen- oder Carbonylbindung konjugiert, rufen eine besondere Erhöhung der Refraktions- und Dispersionswerte in bestimmter Höhe gegenüber den berechneten Werten hervor, die sogenannte Exaltation.

Treten jedoch in diese Konjugation (an zentrale Kohlenstoffatome)



oder auch seitlich an die Konjugation (an seitliche Kohlenstoffatome)



Seitenketten, so sinkt der Wert der Exaltation. Ebenso wirken in die Konjugation eingreifende Ringbindungen. Mehrere derartige Substituenten summieren ihre Wirkung derart, daß unter Umständen fast die ganze Exaltation verschwindet. Hierbei werden Refraktions-

und Dispersionswerte nicht gleichmäßig beeinflußt, indem die ersteren meist stärker heruntergedrückt werden.

Besonders ist hier die Konjugation zweier Carbonylbindungen zu erwähnen, welche Brühl noch als optisch normal schildert. Tatsächlich liegt im Glyoxal CHO—CHO, dem einzigen Vertreter eines derartigen, durch Substituenten nicht gestörten Systems, eine deutliche Exaltation vor, trotzdem das Präparat sicher zum Teil polymerisiert war und somit zu kleine Refraktionswerte lieferte. In weitaus den meisten Fällen einer solchen Konjugation liegen zweifach gestörte Systeme vor, wo infolgedessen die optischen Daten sich angenähert normal verhalten.

II. **Neutral konjugiertes System.** Ein solches liegt im Benzol vor, wo trotz dreier untereinander konjugierter Äthylenbindungen keine Exaltation für Refraktion und Dispersion auftritt. Man kann sich wohl vorstellen, daß durch die symmetrische Struktur des Ringes eine eigenartige Gleichgewichtslage entsteht.

Ein streng neutral konjugiertes System liegt dagegen in den Benzolderivaten nicht mehr vor, da hier Substituenten die Gleichgewichtslage stören.[1]

III. **Kumulierte Doppelbindungen.** Direkt aneinander stoßende Äthylenbindungen bedingen [—C=C=C—] keine Exaltation.

IV. **Gehäufte und gekreuzte Konjugationen.** Treten mehrere Konjugationen zusammen, so haben wir zwischen zwei streng voneinander geschiedenen Fällen zu unterscheiden: die gehäufte und die gekreuzte Konjugation.

Im ersten Fall laufen die Doppelbindungen in einer Reihe fort,

z. B. [—C=C—C=C—C=C—].

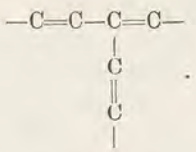
und als Resultat verzeichnen wir außerordentlich hohe Exaltationen. Und zwar würde man für eine Verbindung des obigen Schemas nicht den doppelten, sondern den dreifachen Wert der Exaltation des einfach konjugierten Systems finden.

Auch die Unterschiede im Bau einer solchen fortlaufenden Konjugation machen sich optisch geltend, indem z. B. eine Konjugation aus zwei Äthylen- und einer Carbonylbindung ganz andere Werte liefert als die entsprechende fortlaufende Konjugation aus einer Äthylen- und zwei Carbonylbindungen.

Hiervon ist streng zu scheiden der Typus der gekreuzten

[1] Diese besonders durch die herrschenden Symmetrieverhältnisse komplizierte Frage ist Gegenstand einer noch nicht abgeschlossenen Arbeit des einen von uns. (E.)

Konjugation, deren Wesen darin besteht, daß eine Konjugation in eine zweite eingreift, z. B. im Schema



Obwohl durch Eintritt des Substituenten eine neue konjugierte Stellung entsteht, ist die Höhe der Exaltation die der entsprechenden einfachen ungestörten Konjugation (Über diese Art von Kompensation vgl. Auwers und Eisenlohr, J. pr. Ch. (2) **84**. 37, 1911).

V. Ob einzelne schwere Atome, wie Chlor und Brom, bei Eintritt in die Konjugation eine ähnliche Rolle wie Seitenketten zu spielen vermögen, ist noch nicht aufgeklärt.

VI. **Heterocyclische Systeme.** In gewissen Fällen bewirkt Konjugation in heterocyclischen Körpern eine Depression, d. h. die gefundenen Werte lassen einen Minderbetrag gegenüber den berechneten verzeichnen. Vor allem trifft das für aromatische heterocyclische Körper mit Konjugation im Ring, z. B. Thiophen, Furfuran usw. zu, scheint aber auch in anderen Systemen auftreten zu können.

VII. **Konjugation zwischen Doppelbindung und ungesättigtem Element.** Alle Elemente, welche in mehreren Wertigkeitsstufen auftreten, scheinen über nicht völlig abgesättigte Nebenvalenzen zu verfügen, welche in Nachbarstellung zu einer Doppelbindung eine exaltierende Wirkung ausüben. Hierher gehören z. B. Hydroxyl- und Äthersauerstoff, Stickstoff, Schwefel, die Halogene. Mit am deutlichsten ist diese Tatsache bei den Säurechloriden ersichtlich, wo die Konfiguration eine deutliche Exaltation bewirkt.

Derartige Exaltationen sind aber meistens kleine Werte.

VIII. **Ringstruktur. Dreiring. Vierring.** Die Ringstruktur an und für sich bedingt keine optische Wirkung. Eine Sonderstellung nehmen nur Dreiring und Vierring ein, von denen besonders der erstere in seiner Wirkung mit der Äthylenbindung verglichen worden ist. Für den Strahl *D* bedingt der Dreiring eine molekulare Exaltation von ca. 0,7, der Vierring von ca. 0,4 Einheiten, wogegen die Dispersion in beiden Fällen nach den bisher vorliegenden Untersuchungen nicht erhöht ist.

Eine Sonderstellung nimmt der Dreiring auch in der Hinsicht

ein, daß er in konjugierter Stellung zu einer Äthylenbindung eine bedeutende Exaltation hervorruft.

IX. **Semicyclische Doppelbindung.** Wallach machte als erster darauf aufmerksam, daß die semicyclische Doppelbindung gegenüber der gewöhnlichen Äthylenbindung eine Sonderstellung einnimmt, indem für sie nicht das gewöhnliche Refraktionsinkrement einzusetzen ist, sondern ein um ca. 0,6 Einheiten größerer Betrag der molekularen Refraktion. Eine Erhöhung der Dispersion ist nur schwach angedeutet.

Unter Berücksichtigung dieser Gesetzmäßigkeiten, welche freilich zum Teil noch einer eingehenden Untersuchung bedürfen, besitzen wir wenigstens für eine ganze Reihe von Fällen in der Molekularrefraktion und -Dispersion ein ganz vorzügliches Hilfsmittel, um in vielen Fällen feinere Konstitutionsunterschiede zu ermitteln, die gerade da die besten Dienste leisten, wo rein chemische Methoden, z. B. Aufspaltung versagen. Mit reinem, nicht polymerisiertem Material erhält man außerordentlich scharfe Resultate, zumal wenn neben den Refraktionswerten solche für die beiden Dispersionen ($H_\beta - H_a$ und $H_\gamma - H_a$) ermittelt werden.

Bei der Bearbeitung solcher Konstitutionsfragen wird man zu allererst versuchen, durch Vergleiche mit den aufgestellten Normalwerten (J. pr. Ch. (2) **82**. S. 65 1910 u. Forts.) der spezifischen Exaltationen Aufschluß zu erhalten. (Darüber Näheres im Kapitel: Exaltation und spezifische Exaltation.)

Atomrefraktionen. Eine Reihe von Gründen verlangte, daß unter Berücksichtigung der bis jetzt bekannten optischen Anomalien eine Neuberechnung der Atomrefraktionen durchgeführt wurde. Ein Teil der Neuberechnung ist kürzlich erschienen (Z. ph. Ch. **75**. S. 585, 1910) und gibt die Äquivalente für die Linien H_a, D, H_β und H_γ, sowie die Dispersionswerte für $H_\beta - H_a$ und $H_\gamma - H_a$. Wir glauben, daß die Vorzüge dieser Konstanten gegenüber den älteren uns berechtigen, sie allein zu berücksichtigen.

An dieser Stelle ist zu betonen, daß nur für solche Fälle Äquivalente aufgeführt werden, wo optische Normalität vorliegt, daß dagegen Konjugationswerte durchweg ausgeschlossen wurden. Dies ist besonders wichtig für die Daten des Stickstoffs, der als ein in mehreren Valenzstufen auftretendes Element sich in optischer Beziehung sehr verschieden geltend macht. Schon allein die Tatsache, daß die Nebenvalenzen sich anders geltend machen, wenn das

Stickstoffatom in primären, sekundären und tertiären (aliphatischen) Aminen durch Wasserstoff oder Äthyl abgesättigt ist, bedingt verschiedene Äquivalente für diese Stufen. Gegenüber der Brühlschen Aufstellung von 35 verschiedenen Konstanten für den Stickstoff können wir uns nach dem Grundsatz, keine variablen Konjugationswerte aufzuführen, damit begnügen, vier Daten für die verschiedenen Arten von Stickstoff zu geben, je eine Konstante für primären, sekundären und tertiären Amidostickstoff, sowie für den dreifach gebundenen Nitrilstickstoff in aliphatischen Verbindungen. Sämtliche anderen Äquivalente erübrigen sich aus dem angeführten Grunde.

XXI. Fehlergrenzen.

Brechungsindices.

Mit farblosen Flüssigkeiten wird sich beim Gebrauch des Pulfrichschen Refraktometers bei zweimaliger Ablesung der Winkel an Kreisteilung und Nonius leicht eine Genauigkeit von 1—2 Minuten erreichen lassen. Eine solche Differenz ist für die Werte der Molekularrefraktion belanglos, da sich deren Wert im Durchschnitt dadurch nur um etwa 0,01—0,02 Einheiten ändert.

Gelblich- oder gar Gelbfärbung einer Substanz erschwert ein genaues Ablesen für die H_γ-Linie, Gelbfärbung auch für die H_β-Linie außerordentlich, so daß Schwankungen von 5 Minuten in diesem Falle keine Seltenheiten sind. Man ist darauf angewiesen, öfters abzulesen, und den Brechungsindex für den mittleren Wert des Winkels zu ermitteln.

Im allgemeinen gestattet das Prisma I^b eine schärfere Ablesung als die anderen Prismen aus stärker brechendem Glase.

Für das kleine Pulfrichsche Refraktometer gelten die gleichen Genauigkeitsgrenzen.

Aus den Tabellen über zusammengehörende Winkel und Brechungsindices für die Pulfrichschen Apparate ist ohne weiteres ersichtlich, daß die Genauigkeit der Instrumente am kleinsten für solche Winkel ist, welche um 45° herum liegen. Dort beträgt die Differenz für eine Minute 10 Einheiten der fünften Stelle für das Prisma I^b und IV^b, ca. 9 Einheiten für das Prisma II^b und V^b, wogegen die entsprechenden Größen für z. B. 12° ca. 4 bzw. 3 Einheiten, für 73° ca. 6 Einheiten der fünften Stelle sind.

Bei dem Heeleschen Refraktometer ist die Genauigkeit, wie schon S. 40 angegeben, am größten, wenn n nur wenig kleiner als N ist.

Auf eine größere Genauigkeit als 0·00010 darf man für gewöhnlich nicht rechnen, da, wie S. 51 ausgeführt ist, die Werte für N um diesen Betrag unsicher sein können. Kommt es wirklich auf die fünfte Dezimale an, so wird man den Apparat mit einer Flüssigkeit von genau bekanntem Brechungsindex eichen und aus den beobachteten Werten von α die Werte von N berechnen. Für den kleinen Pulfrichschen Apparat und Prisma I^b wird man als Eichflüssigkeit gutes, destilliertes Wasser benutzen.

Tabelle VIII (H_2O).

	H_α	D	H_β	H_γ
$n_{20°}$	1,33113	1,33298	1,33712	1,34037
Änderung pro Grad bei ca. 20°	−0,000078	−0,000079	−0,000082	−0,000084

Vgl. auch Tab. IV S. 20. Prisma II^b eicht man, da Wasser nicht mehr in seinem Meßbereich liegt, mit Benzol.

Für frisch über Natrium rektifiziertes, thiophenfreies Benzol dürften die folgenden Werte die besten sein.

Tabelle IX (Benzol).

	H_α	D	H_β	H_γ
$n_{20°}$	1,49602	1,50070	1,51274	1,52297
Änderung pro Grad bei ca. 20°	−0,000588	−0,000602	−0,000613	−0,000636

Spezifisches Gewicht.

Bestimmungen bei Zimmertemperatur oder nahe liegenden Temperaturen werden bei Gebrauch eines genau geeichten und nicht allzu kleinen Pyknometers, vor allem bei Wiederholung der Bestimmung, keinen größeren Fehler als 5 Einheiten in der vierten Dezimale enthalten. Im allgemeinen wird hier als Fehlergrenze der Wert 0,0003 anzugeben sein, eine Kontrollbestimmung vorausgesetzt. Je größer das Pyknometer, desto größer naturgemäß die Genauigkeit.

Dichtebestimmungen bei höherer Temperatur büßen leicht an Genauigkeit ein; für sie wird als Fehlergrenze etwa eine Einheit in der dritten Dezimale einzusetzen sein. Für einen Körper vom Molekulargewicht 100 und einer Dichte 0,8000 bedingt dies eine Änderung der Molekularrefraktion um $\pm$ 0,03, also einen immerhin geringfügigen Wert.

XXII. Fehlergrenzen für Molekularrefraktion und -dispersion.

Da für diese Daten allerlei Einflüsse mitsprechen, wie vor allem die Abhängigkeit von der Höhe des Molekulargewichts, kann man hier nur empirische Zahlen als Fehlergrenzen angeben und auch sie nur für Überschüsse bzw. Fehlbeträge der gefundenen Werte gegenüber den berechneten, und zwar berechnet auf ein Molekulargewicht **100**, d. h. also für die hundertfachen spezifischen Differenzen.

Reines Material vorausgesetzt, ist als maximale Fehlergrenze für die so berechneten Refraktionen ein Betrag von 0,2 Einheiten anzusehen, wogegen die Dispersion eine Abweichung bis 10 % des berechneten Wertes zeigen kann, ohne daß man von einer Anomalität zu sprechen berechtigt ist.[1]

In weitaus den meisten Fällen wird aber bei genauem Arbeiten der Fehler nur halb so groß werden.

XXIII. Zum Gebrauche der Atomrefraktionen.

Kraft des additiven Charakters der Molekularrefraktion und -dispersion berechnen sich die theoretischen Werte aus den Einzelsummen der das Molekül bildenden Atome nebst dem etwa nötigen Inkrement für Äthylen- und Acetylenbindungen.

Bei optisch normalen Körpern müssen dann diese theoretischen Werte mit den aus den Daten der Untersuchung nach der Formel $\frac{n^2-1}{n^2+2} \cdot \frac{M}{d}$ gewonnenen Zahlen bis auf geringe Unterschiede (Fehlergrenzen) übereinstimmen, und unter Umständen bildet diese Übereinstimmung eine Art von optischer Analyse, auf Grund derer man auf die Reinheit des Körpers schließen kann. Für gewisse Fälle wird dies aber weniger zutreffen, beispielsweise für ein Gemenge homologer Körper, wo optische und mechanische Dichte (Indices und spez. Gew.) nicht sehr verschieden sein werden; dagegen wird das Resultat darüber sofort Aufschluß zu geben imstande sein, ob einem Kohlenwasserstoff sauerstoffhaltige Substanz, z. B. Keton

[1] Da die Absolutwerte der Molekulardispersionen meist klein sind, macht sich der geringste Ablesefehler schon prozentual deutlich bemerkbar. Ebenso kann durch das Abrunden der Werte auf zwei Dezimalen eine Differenz von 1—2 % entstehen. So erklärt sich die scheinbar große Unsicherheit von 5—10 %.

oder Alkohol, beigemengt ist, weil dadurch der Wert für die Dichte besonders stark wächst.

Anders verhalten sich gefundene und theoretische Werte zueinander, wenn ein optisch anomales Gebilde zur Untersuchung vorliegt, z. B. ein System mit konjugierten Doppelbindungen. Die gefundenen Werte übersteigen die theoretischen mehr oder minder (Exaltation[1]); in einigen wenigen Fällen trifft auch das Gegenteil zu, und wir haben es mit einer optischen Depression zu tun.

Näheres über diese Fälle muß dem Studium der Originalliteratur überlassen bleiben, soweit die Einleitung nicht darüber Aufschluß gibt.

Zur Berechnung der Molekularrefraktionen aus den beobachteten Werten von n dienen die Tabellen H S. 132 ff., welche für alle Werte von $n = 1{,}3000$ bis $n = 1{,}7199$ die fünfstelligen $\log \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2}$ enthält. Zur Interpolation für die fünfte Stelle von n dienen die am Rande gegebenen partes proportionales. Ein Zahlenbeispiel findet sich in Abschnitt XXV.

Berechnung der theoretischen Werte.

Die im Anhang gegebenen Tabellen G S. 129 ff. werden die Berechnung der theoretischen Werte sehr erleichtern. Neben den Reihen für Kohlenstoff (C_1 bis C_{20}) und Wasserstoff (H_1 bis H_{30}), sowie kleineren Reihen für Carbonyl-, Äther- und Hydroxylsauerstoff, Chlor, Brom und Äthylenbindung sind auch die Multipla einiger Gruppenwerten, wie z. B. für $O''O<$ (Sauerstoff der Estergruppe), für $O''O'$ (Sauerstoff der Carboxylgruppe), für die Gruppe $(CH_2)_n$ und einige andere aufgeführt.

Der Gebrauch dieser Tabellen wird sich an einigen Beispielen am besten erläutern lassen.

Beispiel 1.

Gesucht seien die theoretischen Werte für ein Keton $C_6H_{12}O''$. Man entnimmt die einzelnen Summanden C_6, H_{12}, sowie O'' (Carbonylsauerstoff) den betreffenden Reihen und bildet die Summe:

	M_α	M_D	M_β	M_γ	$M_\beta - M_\alpha$	$M_\gamma - M_\alpha$
C_6	14,477	14,508	14,625	14,793	0,149	0,338
H_{12}	13,109	13,199	13,384	13,469	0,274	0,347
O''	2,189	2,211	2.247	2,267	0,057	0,078
Theoretischer Wert f. $C_6H_{12}O''$	29,775	29,918	30,256	30,529	0,480	0,763

[1] Über die Höhe der Exaltation und ihre Beeinflussung durch „Störungen", vgl. Auwers und Eisenlohr, J. pr. (2) **82**, 65 ff. (1910) und Forts. in **84** (1911).

In dem vorliegenden Falle, bei welchem Kohlenstoff zu Wasserstoff im Verhältnis 1:2 steht, hätte man schneller zum Ziele kommen können, wenn man die Werte für 6 mal CH_2 aus der Tabelle der Gruppenwerte entnommen hätte, wozu nur noch der Summand für Carbonylsauerstoff zu addieren ist.

In weitaus den meisten Fällen wird man zum Vergleich der gefundenen mit den theoretischen Werten nur die Daten für M_α, M_D, $M_\beta - M_\alpha$ und $M_\gamma - M_\alpha$ heranziehen. Für den Fall, daß die γ-Linie (violett) nicht abgelesen wurde, muß man sich mit $M_\beta - M_\alpha$ begnügen. Bei Beschränkung auf die oben genannten Reihen stellte sich die Lösung der Aufgabe folgendermaßen:

	M_α	M_D	$M_\beta - M_\alpha$	$M_\gamma - M_\alpha$
$(CH_2)_6$	27,587	27,707	0,424	0,686
O··	2,189	2,211	0,057	0,078
Theoretischer Wert für $C_6H_{12}O$··	29,776	29,918	0,481	0,764[1]

Zum Gebrauch werden diese Zahlen auf zwei Dezimalen gekürzt; mithin

M_α	M_D	$M_\beta - M_\alpha$	$M_\gamma - M_\alpha$
29,78	29,92	0,48	0,76

Beispiel 2.

Gesucht seien die theoretischen Werte für eine Säure $C_{10}H_{16}O_2\urcorner_2$ (Geraniumsäure). Man stelle die Werte für C_{10}, H_{16} sowie zwei Äthylenbindungen zusammen, wozu der Sauerstoff der Carboxylgruppe, ein Carbonyl- und ein Hydroxylsauerstoff, aus der Tabelle der Carboxylgruppe entnommen wird:

	M_α	M_D	$M_\beta - M_\alpha$	$M_\gamma - M_\alpha$
C_{10}	24,129	24,180	0,249	0,564
H_{16}	17,478	17,598	0,365	0,462
(O··O·)	3,371	3,854	0,063	0,098
$\urcorner_2$	3,371	3,466	0.275	0,401
Theoretischer Wert für $C_{10}H_{16}O$··O·$\urcorner_2$	48,349	49,098	0,952	1,525

Unsere Tabellen lassen diese Zahlen aber auch auf kürzerem Wege gewinnen, indem man sich des für die Terpene wichtigen und deshalb besonders aufgeführten Gruppenwertes $C_{10}H_{16}\urcorner_2$ bedient. Es stellt sich dann die Berechnung so:

[1] Die Zahlen der Tabelle sind aus den Werten mit 4 Dezimalen berechnet; Schwankungen von 1 bis 2 Einheiten in der dritten Dezimale sind je nach der Berechnungsweise wohl möglich, aber ohne jeden Belang.

	M_α	M_D	$M_\beta - M_\alpha$	$M_\gamma - M_\alpha$
$C_{10}H_{16}\urcorner_2$	44,978	45,244	0,889	1,427
$O{\cdot\cdot}O\cdot$	3,371	3,854	0,063	0,098
Theoretischer Wert für $C_{10}H_{16}O{\cdot\cdot}O\cdot\urcorner_2$	48,349	49,098	0,952	1,525

oder auf zwei Dezimalen gekürzt:

berechnet für $C_{10}H_{16}O{\cdot\cdot}O\cdot\urcorner_2$	48,35	49,10	0,95	1,53.

Beispiel 3.

Gesucht seien die theoretischen Werte für einen aromatischen Ester

$$C_6H_4\begin{matrix}CO\cdot OC_2H_5\\CO\cdot OC_2H_5\end{matrix}$$

(z. B. Terephtalsäurediäthylester).

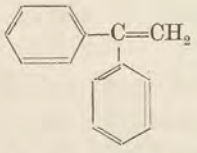
In diesem Falle hat man, um die Berechnung möglichst zu vereinfachen, die aufgeführten Werte für $C_6H_4\urcorner_3$, für $C_6H_{10} = (CH_2)_5 + C_1$, und für den Sauerstoff zweier Estergruppen, also für $(O{\cdot\cdot}O<)_2$ zusammenzustellen.

	M_α	M_D	$M_\beta - M_\alpha$	$M_\gamma - M_\alpha$
$C_6H_4\urcorner_3$	23,904	24,106	0,653	1,054
$(CH_2)_5$	22,989	23,089	0,353	0,572
C	2,413	2,418	0,025	0,056
$(O{\cdot\cdot}O<)_2$	7,658	7,707	0,138	0,196
Theoretischer Wert für $C_{12}H_{14}O_2{\cdot\cdot}O_2<\urcorner_3$	56,964	57,320	1,169	1,878

Gegenüber einer direkten Zerlegung der Bruttoformel in C_{12}, H_{14}, $O_2{\cdot\cdot}$, $O_2<$ und $\urcorner_3$ bedeutet die angegebene Art der Zusammenstellung immerhin eine Vereinfachung.

Beispiel 4.

Gesucht seien die theoretischen Werte für einen Körper von der Konstitution

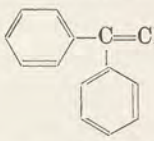


also für ein α-Phenylstyrol von der Bruttoformel $C_{14}H_{12}\urcorner_7$. Unter Berücksichtigung der aufgeführten Gruppenwerte setzt man die gesuchte Summe entweder aus $(C_6H_5\urcorner_3)_2$, aus C_2, H_2 und $\urcorner$, oder direkt aus C_{14}, aus H_{12} und $\urcorner_7$ zusammen. Im letzteren Falle hätte man zusammenzuzählen:

	M_α	M_D	$M_\beta - M_\alpha$	$M_\gamma - M_\alpha$
C_{14}	33,781	33,852	0,349	0,790
H_{12}	13,109	13,199	0,274	0,347
$\sqsubset_7$	11,800	12,130	0,964	1,402
Berechnet für $C_{14}H_{12}\sqsubset_7$	58,690	59,181	1,587	2,539

Hat man neben diesem Körper auch die theoretischen Werte eines höheren oder niederen Homologen aufzustellen, so entnimmt man der Tabelle die Werte von $(CH_2)_n$, die je nachdem zu- oder abzuzählen sind.

Liegt z. B. das β-Äthyl-α-Phenylstyrol



$= C_{16}H_{16}\sqsubset_7$

vor, so hat man zu den eben gefundenen Zahlen nur noch die Werte für $(CH_2)_2$ zu addieren.

	M_α	M_D	$M_\beta - M_\alpha$	$M_\gamma - M_\alpha$
$C_{14}H_{12}\sqsubset_7$	58,690	59,181	1,587	2,539
$(CH_2)_2$	9,195	9,236	0,141	0,226
Berechnet für $C_{16}H_{16}\sqsubset_7$	67,885	68,417	1,728	2,765

Einige Übung im Gebrauche dieser Tabellen wird rasch den Blick dafür geben, in welch' einzelne Summanden die Bruttoformel am vorteilhaftesten zu zerlegen ist.

XXIV. Exaltation und spezifische Exaltation.

In gewissen Fällen stimmen die gefundenen und berechneten Werte für Molekularrefraktion und -dispersion nicht überein. Abgesehen von dem bisher ziemlich vereinzelt auftretenden Verhalten heterocyclischer Systeme mit Konjugation im Ring, überragen die gefundenen Werte die berechneten mehr oder minder.

In neuester Zeit gelang es, diese „Exaltationen“ nach der quantitativen Seite hin zur Erörterung von Konstitutionsfragen hinzuzuziehen. Ohne weiteres ist das aber nicht möglich, wie folgende Erwägung deutlich machen soll.

Die Exaltation ist bedingt durch eine gewisse Gruppierung eines Teiles des Moleküls, wo konjugierte Doppelbindungen auftreten. Die exaltierende Wirkung dieses konjugierenden Systems ist ver-

schieden je nach dem Bau dieses Teiles. (Näheres darüber Auwers und Eisenlohr, J. pr. (2) **82**, 65ff., 1910 und **84**, 1911).

Eine Konjugation bedingt gegenüber der nicht-konjugierten Verbindung ein Anwachsen von optischer (Brechungsindices) und mechanischer Dichte (spez. Gew.), und zwar so, daß der Quotient aus beiden, der in der Formel $\frac{n^2-1}{n^2+2} \cdot \frac{1}{d}$ (spezifische Refraktion) zur Geltung kommt, wächst. Bei der Berechnung der Molekularrefraktion (Mol.-Gew. mal spezifische Refraktion) multipliziert man aber mit diesem erhöhten Wert, der sich nur aus einem Teil des Moleküls herleitet, das ganze Molekulargewicht.

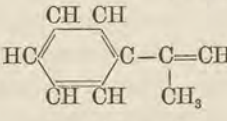
Demgemäß werden die Exaltationen mit steigendem Molekulargewicht wachsen, und ein direkter Vergleich der Höhe der Exaltationen von Körpern von verschiedenem Molekulargewicht ist nicht möglich. Dazu ist erforderlich, daß man sich für die Exaltationen wieder vom Molekulargewicht frei macht, was am besten in der Weise geschieht, daß die Exaltationen durch das Molekulargewicht geteilt und mit 100 multipliziert werden, d. h. man bezieht sämtliche Exaltationen auf das Molekulargewicht 100.

Diese so gewonnenen, direkt vergleichbaren Werte nennen wir die spezifische Exaltation. Die spezifische Exaltation für den Strahl D z. B. schreiben wir $E\Sigma_D$; wogegen die nicht direkt vergleichbare Exaltation durch EM_D ausgedrückt wird. Die Exaltation der Dispersionen drückt man zweckmäßig in Prozenten des theoretischen Wertes aus.

Auch hier wird ein Beispiel diese Berechnung am besten erläutern, wozu wir zwei analog gebaute Körper mit verschieden hohem Molekulargewicht wählen, um gleichzeitig zu zeigen, wie nur die spezifischen Exaltationen direkt vergleichbare Zahlen Werte liefern. Naturgemäß müssen ja Systeme gleicher Art auch irgendwie zahlenmäßig ausdrückbare, innerhalb mäßiger Fehlergrenzen gleich hohe Exaltationen liefern.

Beispiel 1.

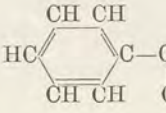
α-Methylstyrol



$= C_9H_{10}$. Mol.-Gew. 118,1.

	M_α	M_D	$M_\beta - M_\alpha$	$M_\gamma - M_\alpha$
Gefunden	40,11	40,49	1,31	2,11
Berechnet für C_9H_{10}	39,38	39,69	1,00	1,60
EM	+0,73	+0,80	+0,31	+0,51
$E\Sigma$	+0,62	+0,68	+31 %	+32 %

α-β-Dimethylstyrol



$= C_{10}H_{12}\urcorner_4$. Mol.-Gew. 132,1.

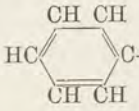
	M_α	M_D	$M_\beta - M_\alpha$	$M_\gamma - M_\alpha$
Gefunden	44,80	45,20	1,38	2,25
Berechnet für $C_{10}H_{12}\urcorner_4$	43,98	44,31	1,07	1,71
EM	+0,82	+0,89	+0,31	+0,54
$E\Sigma$	+0,62	+0,67	+29%	+32%

Wie wir sehen, sind nur die spezifischen Exaltationen von genau gleicher Höhe, trotzdem in diesem Falle die in die Rechnung eingehenden Molekulargewichte (118,1 und 132,1) nicht sehr verschieden sind.

Weit deutlicher treten diese Beziehungen bei einem zweiten Beispiel, wo es sich um Verbindungen mit sehr verschieden großem Molekulargewicht handelt, hervor; es ist ebenfalls aus der Reihe der Styrole, jedoch der „ungestörten" (vgl. Abschnitt XX S. 81) gewählt worden.

Beispiel 2.

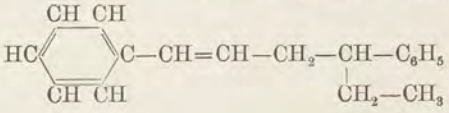
Styrol[1]



$= C_8H_8\urcorner_4$. Mol.-Gew. 104,1.

	M_D
Gefunden	36,25
Berechnet für $C_8H_8\urcorner_4$	35,08
EM_D	+1,17
$E\Sigma_D$	+1,12

1-4-Diphenyl-1-äthylbuten-3



$= C_{18}H_{20}\urcorner_7$. Mol.-Gew. 236,2.

	M_D
Gefunden	80,23
Berechnet für $C_{18}H_{20}\urcorner_7$	77,65
EM_D	+2,58
$E\Sigma_D$	+1,09

[1] Da für den Vergleichskörper, das 1-4-Diphenyl-1-äthylbuten-3, nur der Brechungsindex für den Strahl D bestimmt wurde, geben wir auch für das Styrol nur diese eine Angabe.

Während bei diesem zweiten Beispiel ein Vergleich der beiden Exaltationen + 1,17 und + 2,58 gar nichts auszusagen vermag, bestätigt uns die Übereinstimmung der beiden spezifischen Exaltationen (+ 1,12 und + 1,09) ohne weiteres den analogen Bau des Moleküls!

Anwendung zur Konstitutionsbestimmung.

Um zu zeigen, wie die in dieser Art ermittelten spezifischen Exaltationen ohne weiteres konstitutive Aufschlüsse zu geben vermögen, seien kurz die Daten für Refraktion und Dispersion von drei Paaren isomerer Körper aufgeführt.

1. Ein zur Untersuchung vorliegender acyclischer Körper von der Formel C_6H_{10} lieferte folgende Daten:

	M_α	M_D	$M_\beta - M_\alpha$	$M_\gamma - M_\alpha$
Gefunden	30,38	30,64	0,99	1,57
Berechnet	28,77	28,97	0,65	1,03
EM	+1,61	+1,67	+0,34	+0,54
$E\Sigma$	+1,96	+2,03	+52 %	+52 %

Der Körper weist mithin durchweg sehr beträchtliche Exaltationen auf, die auf ein ungestörtes konjugiertes System schließen lassen, und hiernach kann ihm ohne weiteres die auch seiner Synthese nach wahrscheinliche Form des 2-4-Hexadiens

$$CH_3—CH=CH—CH=CH—CH_3$$

zugeschrieben werden.

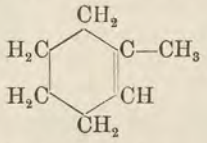
Der ihm isomere unkonjugierte Körper, das Diallyl,

$$H_2C=CH—CH_2—CH_2—CH=CH_2$$

hatte dagegen optisch völlig normale Werte ergeben:

	M_α	M_D	$M_\beta - M_\alpha$	$M_\gamma - M_\alpha$
Gefunden	28,80	28,99	0,63	1,00
Berechnet	28,77	28,97	0,65	1,03
EM	+0,03	+0,02	−0,02	−0,03
$E\Sigma$	+0,04	+0,03	−3 %	−3 %

2. Ein Methyl-1-cyclohexen-1 von der Formel

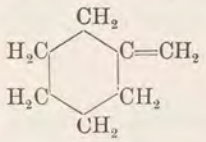


$= C_7H_{12}$

hatte völlig normale Werte geliefert:

	M_α	M_D	$M_\beta - M_\alpha$	$M_\gamma - M_\alpha$
Gefunden	31,67	31,84	0,59	0,94
Berechnet	31,69	31,86	0,59	0,94
EM	−0,02	−0,02	±0 %	±0 %
$E\Sigma$	−0,02	−0,02	±0 %	±0 %

Man versuchte den isomeren Körper mit semicyclischer Bindung, das Methen-cyclohexen,



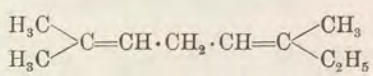
darzustellen, mußte sich aber darüber Sicherheit verschaffen, ob nicht etwa die Doppelbindung in den Ring gewandert wäre. Die optische Untersuchung gab ohne weiteres den Aufschluß, daß tatsächlich das gewünschte semicyclische Produkt vorlag:

	M_α	M_D	$M_\beta - M_\alpha$	$M_\gamma - M_\alpha$
Gefunden	32,11	32,31	0,63	1,00
Berechnet	31,69	31,86	0,59	0,94
EM	+0,42	+0,45	+0,04	+0,06
$E\Sigma$	+0,44	+0,47	+7 %	+6 %

denn die Refraktionen sind stark erhöht, die Dispersionen nur mäßig, vgl. S. 84 Nr. IX.

3. Dieser letzte Fall soll die Möglichkeit berühren, daß aus einem acyclischen ungesättigten Körper durch Ringschluß ein cyclischer Körper entstehen kann. Auch hier werden uns die optischen Daten ohne weiteres Aufschluß zu geben vermögen.

Ein Geraniolen $C_{10}H_{18}$ von der Formel

I 

ergab die Werte:

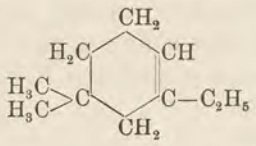
	M_α	M_D	$M_\beta - M_\alpha$	$M_\gamma - M_\alpha$
Gefunden	47,00	47,28	0,94	1,51
Berechnet	47,14	47,44	0,93	1,48
EM	−0,14	−0,16	+0,01	+0,03
$E\Sigma$	−0,10	−0,12	+1 %	+2 %

Besonders die Daten für die beiden Dispersionen bestätigten die obige Formulierung I.

Es handelte sich darum zu prüfen, wie weit solche Körper gegenüber Säuren beständig seien. Der genannte Körper wurde mit verdünnter Schwefelsäure erwärmt und sodann von neuem untersucht. Er gab nunmehr andere Werte:

		M_α	M_D	$M_\beta - M_\alpha$	$M_\gamma - M_\alpha$
I	Ber. für $C_{10}H_{18}\urcorner_2$	47,14	47,44	0,93	1,48
	Gef.	45,36	45,67	0,82	1,31
II	Ber. für $C_{10}H_{18}\urcorner$	45,34	45,63	0,80	1,26
	für II EM	+0,02	+0,04	+0,02	+0,05
	$E\Sigma$	+0,02	+0,03	+3 %	+4 %

Die nebeneinander gestellten Daten ergeben ohne weiteres, daß nunmehr der cyclische Körper, das Cyclogeraniolen von der Formel $C_{10}H_{18}\urcorner$ (II),

II 

vorliegt und nicht mehr der acyclische Körper I.

Während die ringförmige Struktur keinerlei Inkrement bedingt, macht sich die Auflösung einer Doppelbindung beim Zustandekommen des Ringschlusses optisch geltend.

In derartigen Fällen gibt die einfache Bestimmung von n und d und ihre Kombination schneller und sicherer Auskunft als jede rein chemische Methode!

XXV. Vollständiges Zahlenbeispiel und einige allgemeine praktische Regeln.

Zur Ergänzung der Ausführungen über Arbeitsweise in den Abschnitten VI, XVI und XVII sei schließlich die vollständige Untersuchung eines Körpers an der Hand eines Zahlenbeispiels im Zusammenhang gegeben.

Als Substanz sei ein Körper gewählt, der im Molekül außer Kohlenstoff und Wasserstoff Carbonyl- und Hydroxylsauerstoff, sowie Äthylenbindungen enthält: Die Diallylessigsäure von der Formel:

$$\begin{matrix} CH_2{=}CH{-}CH_2 \\ CH_2{=}CH{-}CH_2 \end{matrix}\!\!>\!CH\cdot COOH \;=\; C_8H_{12}O\cdot\cdot O\cdot\urcorner_2. \quad \text{(Mol.-Gew. 140,1.)}$$

I. Eichung des Pyknometers.

Leergewicht: 2,3794 g, ebenso nach der Eichung

	I	II	III
Pyknometer + Wasser von 15,5°	3,5131 g	3,5130 g	3,5131 g
Wasser bei 15,5°		1,1337 g	
Pyknometer + Wasser von 20,5°	3,5121 g	3,5121 g	
Wasser bei 20,5°		1,1327 g	
Pyknometer + Wasser von 25,5°	3,5110 g	3,5109 g	3,5109 g
Wasser bei 25,5°		1,1315 g	

Aus der Tabelle VII S. 74 entnimmt man:

	Numerus	log
Dichte des Wassers − 0,0012 bei 15,5°	0,99785	0,99907 − 1
20,5°	0,99693	0,99866 − 1
25,5°	0,99574	0,99815 − 1

$$\log\left(\frac{\text{Spez. Gew. des Wassers bei } t^0 - 0{,}0012}{\text{g Wasser}}\right) =$$

	15,5°	20,5°	25,5°
$\log (Q - 0{,}0012)$	0,99907 − 1	0,99866 − 1	0,99815 − 1
$-\log W$	0,05450	0,05411	0,05365
	0,94457 − 1	0,94455 − 1	0,94450 − 1

Aus diesen drei Werten stellt man sich durch Interpolation die Eichungstabelle zusammen.

t	log der Konstanten	t	log der Konstanten
15,5°	0,94457 − 1	20,5°	0,94455 − 1
16,5°	57 − 1	21,5°	54 − 1
17,5°	56 − 1	22,5°	53 − 1
18,5°	56 − 1	23,5°	52 − 1
19,5°	55 − 1	24,5°	51 − 1
		25,5°	50 − 1

II. Dichtebestimmung.

Dichte bei 20,8°	
Pyknometer + Flüssigkeit	3,4552 g
„ leer	2,3794 g
Substanzmenge	1,0758 g

log 1,0758 =	0,03173
log d. Konstante bei 20,8° =	0,94455 − 1
Summe	0,97628 − 1

Der Numerus von 0,97628 − 1 ist 0,9468.

Hierzu ist die Dichte der Luft 0,0012 zu addieren, um die auf das Vakuum und Wasser von 4° bezogene Dichte zu erhalten:

$$0{,}9468 + 0{,}0012 = 0{,}9480 = d_{4^\circ}^{20{,}8^\circ}.$$

Bei 21,6°, der Temperatur der optischen Untersuchung, ist die Dichte um (21,6° − 20,8°) ·0,00093 kleiner (vgl. S. 75), also:

$$0{,}9480 - 0{,}0007 = \underline{0{,}9473 = d_{4^\circ}^{21{,}6^\circ}}.$$

III. Optische Untersuchung.

Prisma I^b des Zeiss schen Refraktometers; $t = 21{,}6^\circ$.

		Trommel	
C	46° 5′	0° 52,9′	$n_\alpha = 1{,}44774$
D	46° 29′	1° 17,2′	$n_D = 1{,}45083$
F	47° 33′	2° 20,2′	$n_\beta = 1{,}45832$
G'	48° 31′	3° 19,1′	$n_\gamma = 1{,}46442$

$$\log \text{Mol.-Gew.} = 2{,}14644$$
$$-\log d = 0{,}97649 - 1$$
$$\log \frac{M}{d} = 2{,}16995$$

$\log \frac{n^2-1}{n^2+2}$ (aus Tab. H S. 132)	H_α	D	H_β	H_γ
	0,42744 − 1	0,43002 − 1	0,43621 − 1	0,44113 − 1
$+ \log \frac{M}{d}$	0,16995	2,16995	2,16995	2,16995
	1,59739	1,59997	1,60616	1,61108

	M_α	M_D	M_β	M_γ	$M_\beta - M_\alpha$	$M_\gamma - M_\alpha$
Gef.	39,57	39,81	40,38	40,84	0,81	1,27
Ber.	39,66	39,84	—	—	0,81	1,30
EM	−0,07	−0,03	—	—	±0,00	−0,03
$E\Sigma$	−0,05	−0,02	—	—	±0 %	−2 %

Die minimalen Differenzen lassen bei diesem Körper, dessen Doppelbindungen isoliert stehen, ohne weiteres einen Schluß auf seine Reinheit zu. Die Differenzen gegen die theoretischen Werte liegen durchweg weit innerhalb der Fehlergrenzen!

Anschließend noch einige allgemeine praktische Winke.

Handelt es sich um einen Körper, bei dem man Polymerisation erwarten könnte, so wiederholt man die Dichtebestimmung nach

einiger Zeit, etwa nach 10 Minuten, 30 Minuten, 1 Stunde. Ist keine Zunahme der Dichte zu bemerken, so kann man mit Sicherheit annehmen, daß die optische Untersuchung des Präparates nicht durch Polymerisation beeinträchtigt worden ist.

Von Körpern, welche bei Zimmertemperatur nur in polymerem Zustande existieren, gilt dies natürlich nicht.

Bei allen irgendwie empfindlichen Körpern ist die allererste Regel:

Dichte und Brechungsexponent müssen, falls die abgeleiteten Werte für die Molekularrefraktionen und -dispersionen irgendwelchen Wert haben sollen, **unmittelbar** nach der Herstellung und Rektifikation bestimmt werden.

Sinken die an den Pulfrichschen Refraktometern abgelesenen Winkel oder steigen sie bei dem Heeleschen Instrument während der Messung, so weist das auf stark fortschreitende Polymerisation oder Oxydation hin.

Die Wahl des Prismas bei dem Zeissschen Refraktometer, ob I^b, II^b oder III^b, kann man meist schon nach der Struktur des Körpers treffen. Körper mit ein oder zwei Doppelbindungen und Carbonylbindungen brechen und dispergieren, wenn sie nicht Halogene enthalten, nicht so stark, daß man das lichtstärkste Prisma I^b gegen II^b vertauschen müßte! Erst bei Anwesenheit von mindestens drei Doppelbindungen im Molekül, zumal bei konjugierter Stellung, wähle man ohne weiteres Prisma II^b. Prisma III^b wird nur in den allerseltensten Fällen, bei ganz außerordentlich stark brechenden und zerstreuenden Substanzen, wie Schwefelkohlenstoff, Bromnaphtalin, Zimtaldehyd, Methylenjodid u. dgl. anzuwenden sein.

XXVI. Anhang.

I. Untersuchung gelöster Körper.

Gelöste Körper.

Man wird am besten Lösung und Lösungsmittel vergleichen und zu dem Zweck ein Differenzprisma oder eine Differenzmethode benutzen, wie sie S. 49ff. eingehend beschrieben sind. Je nach der Größe des zu erwartenden Unterschiedes muß man den geeigneten Apparat wählen.

Zur Berechnung der Refraktion des gelösten Körpers verwendet man eine Formel, welche auf der sogenannten „Mischungsregel“ beruht, d. h. der Annahme, daß sich die Eigenschaften von Lösungsmittel und Gelöstem einfach superponieren.

Diese einfache Annahme ist meist nicht streng erfüllt, da Lösungen nicht immer einfache „Gemische" sind, sondern die beiden Komponenten des Gemisches aufeinander einwirken: Dissoziation, Hydratation, Umlagerung des gelösten Stoffes, Aufspaltung von Doppelmolekeln des Lösungsmittels können den Vorgang komplizieren. Die mit Lösungen erhaltenen Resultate sind daher nicht in allen Fällen befriedigend und eindeutig gewesen. Außerdem ist die Genauigkeit der Resultate erheblich geringer als bei der Untersuchung von einfachen Flüssigkeiten.

Zu bemerken ist, daß bei Gemischen die Dale-Gladstonesche Formel für die spezifische Refraktion $\left(\frac{n-1}{d}\right)$ häufig bessere Resultate geliefert hat als die Lorenz-Lorentzsche $\left(\frac{n^2-1}{n^2+2}\cdot\frac{1}{d}\right)$, trotz des theoretischen Hintergrundes, welchen die letztere hat.

Ist die Dichte des Gemisches d, sein Brechungsexponent n, sind die enstprechenden Größen der Komponenten d_1 und d_2 bzw. n_1 und n_2, enthält das Gemisch p Gewichtsprozent der ersten und $(100-p)$ Gewichtsprozent der zweiten Komponente, so gilt, wenn strenge Additivität vorhanden ist, für die spezifische Refraktion des Gemisches die Gleichung:

$$\frac{n-1}{d} = \frac{n_1-1}{d_1}\,\frac{p}{100} + \frac{n_2-1}{d_2}\,\frac{100-p}{100},$$

bzw.

$$\frac{n^2-1}{n^2+2}\,\frac{1}{d} = \frac{n_1^2-1}{n_1^2+2}\,\frac{1}{d_1}\,\frac{p}{100} + \frac{n_2^2-1}{n_2^2+2}\,\frac{1}{d_2}\,\frac{100-p}{100},$$

woraus man die Refraktionen der einen Komponente berechnen kann, wenn man die der anderen reinen Komponente kennt. Ist die eine Komponente in geringer Konzentration vorhanden, so pflegt man ihn den „gelösten" Körper zu nennen und wird die andere, im Überschuß vorhandene, das „Lösungsmittel" nennen. Dieses füllt man in das zweite Kompartiment des Differenzprismas bzw. des anders gewählten Apparates (Hallwachs-Trog, Heele's Doppeltrog, Prisma IV^b von Zeiss, Ostwald-Zeisssches Doppelprismenrefraktometer, Löwe's Interferometer). Die Molekularrefraktion des Gelösten (Molekulargewicht M) ist nach obigem gleich

$$\left[\frac{n-1}{d}\,\frac{100}{p} - \frac{n_2-1}{d_2}\,\frac{100-p}{p}\right]M,$$

oder, wenn man nach der anderen Formel rechnet:

$$= \left[\frac{n^2-1}{n^2+2}\,\frac{1}{d}\,\frac{100}{p} - \frac{n_2^2-1}{n_2^2+2}\,\frac{1}{d_2}\,\frac{100-p}{p}\right]M.$$

Brechungsexponenten und Dichte des reinen Lösungsmittels (n_2 und d_2) müssen ebenso genau bekannt sein als die entsprechenden Daten für die Lösung (n und d). Handelt es sich um Wasser, so wird man die Werte aus einem zuverlässigen Tabellenwerk (wie Landolt-Börnstein) entnehmen und den Brechungsindex der Lösung n in der Weise ableiten, daß man die (leicht genau bestimmbare) Differenz von n und n_2 zu dem aus der Tabelle entnommenen Wert von n addiert. — Ist der Brechungsexponent des Lösungsmittels nicht so genau bekannt, so muß man n und n_2 mit demselben Prisma bestimmen. (Vgl. Zahlenbeispiel für Prisma IV^b.)

Will man die molekulare oder spezifische Refraktion des gelösten Stoffes mit seiner Konstanten im reinen Zustand vergleichen, so muß man selbstverständlich denselben Ausdruck anwenden wie bei der Lösung, also im ersten Fall auch die Molekularrefraktion nach der Formel

$$\frac{n_1 - 1}{d_1} \cdot M$$

berechnen!

Bei der Kompliziertheit des Lösungsvorganges und der geringeren Genauigkeit des aus der Lösung gewonnenen Ausdrucks, wo es sich oft um kleine Differenzen gegen das Lösungsmittel handelt, sei man beim Vergleichen vorsichtig mit Schlußfolgerungen!

II. Untersuchung fester Körper.

Ist der zu untersuchende Körper ein Glas (unterkühlte Schmelze) oder gehört er dem regulären System an und steht ein nicht allzu kleines Stück zur Verfügung, so versieht man den Körper mit zwei nahezu senkrechten Flächen, poliert die eine plan und setzt sie auf die Horizontalfläche des Refraktometerprismas (Pulfrich, Heele, Hilger) (nach Entfernung des Troges). Zwischen Prisma und zu untersuchenden Körper bringt man einen Tropfen einer stark brechenden Flüssigkeit, Monobromnaphtalin oder Methylenjodid. Alsdann beobachtet und berechnet man genau wie bei der Untersuchung von Flüssigkeiten. Der zu untersuchende Körper kann ein dünnes Plättchen sein; die alleinige Bedingung ist, daß die Kante, an welcher das Licht eintritt, intakt sei.

Liegt die zu untersuchende Substanz in Pulverform vor, so arbeitet man nach der eleganten Methode von M. Le Blanc[1], welche darauf beruht, daß man die Substanz in eine Flüssigkeit von gleichem Brechungsindex einbettet und den Index der Flüssigkeit bestimmt.

[1] Ztschr. f. physik. Chem. **10**. 433. 1892. Nach einer Idee von C. Christiansen (Wied. Ann. **23** und **24**).

Ist der Körper optisch isotrop (amorph oder regulär), so wirkt die Emulsion trotz ihrer mechanischen Inhomogenität als optisch homogener Körper.[1]

Die Voraussetzung der Methode ist das Vorhandensein zweier mischbarer, verschieden brechender Flüssigkeiten, deren eine stärker, deren andere schwächer bricht als der zu untersuchende feste Stoff.

Als Beispiel diene gewöhnlicher Kalialaun. Im Trog des Refraktometers befinde sich Benzol; man stellt bei Natriumbeleuchtung auf die Grenze hell—dunkel ein. Bringt man einige Messerspitzen Alaun in die Flüssigkeit, so wird die Grenze vollkommen unscharf; vorsichtiges Zutropfen von Chloroform aus einem Tropftrichter mit kapillar ausgezogenem Rohr verschiebt die Grenze und macht sie wieder scharf. Ist sie so scharf wie bei der Untersuchung einer homogenen Flüssigkeit, so liest man ab. Alsdann hat der Krystall das gleiche Brechungsvermögen wie die Mischung, deren Brechungsindex man nach dem abgelesenen Wert von α in der Tabelle aufschlägt. Will man die Dispersion des Krystalls messen, so muß man für jede Lichtart das Ausprobieren wiederholen. In der Arbeit von Le Blanc findet man die Erscheinungen, an denen man erkennt, ob die Flüssigkeit oder der Krystall stärker bricht, eingehend beschrieben.

Bei stärker brechenden festen Körpern geht man vom Monobromnaphtalin aus, dem man Aceton, Alkohol, Toluol oder dgl. zutropft. Es ist praktisch, möglichst langsam verdunstende Flüssigkeiten zu wählen! Je näher die Brechungsexponenten der beiden Flüssigkeiten liegen (die aber immer den des festen Stoffes einschließen müssen!), desto bequemer ist das Arbeiten.

Die Methode entspricht der „Schwebemethode“ bei der Bestimmung des spezifischen Gewichts fester Stoffe.

Man kann nach der Methode auch den Brechungsexponent des ordinären Strahls optisch einachsiger Körper bestimmen.

Wegen der vollständigen Untersuchung optisch ein- oder mehrachsiger Körper muß auf mineralogische Handbücher verwiesen werden, da diese Bestimmungen über den Rahmen dieses Büchleins weit hinausgehen.

---

[1] Ein einfacher Versuch mag das anschaulich machen: Taucht man einen Stab aus gewöhnlichem Thüringer Glas in Benzol, so sieht man bei Beleuchtung mit Natriumlicht kaum eine Grenze zwischen Stab und Flüssigkeit, weil beide (fast) den gleichen Brechungsindex haben. Bei Tageslicht macht sich die Grenze durch Farbränder bemerkbar, weil die Dispersion des Glases und des Benzols verschieden ist. Löst man Naphtalin im Benzol auf, so wächst der Brechungsindex der Flüssigkeit und der Stab ist auch bei Beleuchtung mit Natriumlicht deutlich zu sehen!

Brechungsexponenten n_D

zu den Ablesungen α am kleinen und großen Pulfrichschen Refraktometer und zu den Ablesungen r am Heeleschen Refraktometer.

Korrektionswerte für n_C, n_F und $n_{G'}$.

Tabellen für die Temperaturkorrektionen der Pulfrich-Prismen.

Tabelle A.

Kleines Refraktometer nach Pulfrich (Wolz-Bonn).

Prisma $N_D^{18^0} = 1{,}62098$.

α		n_D	Δ_n	α		n_D	Δ_n	α		n_D	Δ_n	α		n_D	Δ_n
0°	0′	1,62098		5°	0′	1,61862		10°	0′	1,61165		15°	0′	1,60018	
			0,1				1,6				3,1				4,6
	10	97			10	46			10	134			10	1,59973	
			0,1				1,6				3,2				4,6
	20	96			20	30			20	102			20	927	
			0,1				1,6				3,2				4,7
	30	95			30	14			30	070			30	880	
			0,2				1,7				3,3				4,7
	40	93			40	797			40	037			40	833	
			0,3				1,8				3,3				4,8
	50	90			50	79			50	004			50	785	
			0,3				1,8				3,4				4,8
1°	0	1,62087		6°	0	1,61761		11°	0	1,60970		16°	0	1,59737	
			0,3				1,9				3,4				4,8
	10	84			10	42			10	936			10	689	
			0,4				2,0				3,4				4,9
	20	80			20	22			20	902			20	640	
			0,5				2,1				3,5				4,9
	30	75			30	01			30	867			30	591	
			0,5				2,1				3,6				5,0
	40	70			40	680			40	831			40	541	
			0,5				2,2				3,6				5,1
	50	65			50	58			50	795			50	490	
			0,5				2,2				3,6				5,1
2°	0	1,62060		7°	0	1,61636		12°	0	1,60759		17°	0	1,59439	
			0,7				2,2				3,7				5,1
	10	53			10	14			10	722			10	388	
			0,7				2,2				3,8				5,1
	20	46			20	592			20	684			20	337	
			0,8				2,3				3,8				5,2
	30	38			30	69			30	646			30	285	
			0,8				2,3				3,8				5,3
	40	30			40	46			40	608			40	232	
			0,8				2,4				3,9				5,3
	50	22			50	22			50	569			50	179	
			0,9				2,4				4,0				5,3
3°	0	1,62013		8°	0	1,61498		13°	0	1,60529		18°	0	1,59126	
			1,0				2,4				4,0				5,4
	10	03			10	474			10	489			10	072	
			1,0				2,5				4,0				5,5
	20	1,61993			20	449			20	449			20	017	
			1,0				2,5				4,1				5,5
	30	83			30	424			30	408			30	1,58962	
			1,1				2,6				4,1				5,6
	40	72			40	398			40	367			40	906	
			1,2				2,6				4,2				5,6
	50	60			50	362			50	325			50	850	
			1,2				2,7				4,3				5,6
4°	0	1,61948		9°	0	1,61335		14°	0	1,60282		19°	0	1,58794	
			1,3				2,7				4,3				5,6
	10	35			10	308			10	239			10	738	
			1,4				2,8				4,3				5,7
	20	21			20	280			20	196			20	681	
			1,4				2,8				4,4				5,8
	30	07			30	252			30	152			30	623	
			1,5				2,9				4,4				5,8
	40	892			40	223			40	108			40	565	
			1,5				2,9				4,5				5,8
	50	77			50	194			50	063			50	507	
			1,5				2,9				4,5				5,9
5°	0	1,61862		10°	0	1,61165		15°	0	1,60018		20°	0	1,58448	

Prisma $N_D^{18^0} = 1{,}62098$.

α		n_D	Δ_n	α		n_D	Δ_n	α		n_D	Δ_n	α		n_D	Δ_n
20°	0′	1,58448	5,9	28°	0′	1,55151	7,8	36°	0′	1,51066	9,2	44°	0′	1,46459	9,9
	10	389	6,0		10	073	7,8		10	1,50974	9,2		10	360	9,9
	20	329	6,0		20	1,54995	7,9		20	882	9,2		20	261	10,0
	30	269	6,0		30	916	7,9		30	790	9,2		30	161	9,9
	40	209	6,0		40	837	7,9		40	698	9,2		40	062	10,0
	50	148	6,1		50	758	7,9		50	605	9,3		50	1,45962	10,0
21°	0	1,58087	6,1	29°	0	1,54679	8,0	37°	0	1,50513	9,2	45°	0	1,45862	10,0
	10	025	6,2		10	599	8,1		10	420	9,3		10	762	10,0
	20	1,57963	6,2		20	518	8,1		20	327	9,3		20	662	10,0
	30	900	6,3		30	437	8,1		30	233	9,4		30	562	10,0
	40	837	6,3		40	356	8,1		40	139	9,4		40	462	10,0
	50	774	6,3		50	275	8,1		50	045	9,4		50	362	10,0
22°	0	1,57710	6,4	30°	0	1,54193	8,2	38°	0	1,49951	9,5	46°	0	1,45262	10,0
	10	646	6,4		10	111	8,2		10	856	9,4		10	162	10,0
	20	581	6,5		20	029	8,2		20	762	9,4		20	062	10,0
	30	516	6,5		30	1,53947	8,2		30	668	9,4		30	1,44962	10,0
	40	450	6,6		40	864	8,3		40	573	9,5		40	862	10,0
	50	384	6,6		50	781	8,3		50	478	9,5		50	762	10,0
23°	0	1,57318	6,6	31°	0	1,53698	8,3	39°	0	1,49383	9,5	47°	0	1,44662	10,0
	10	251	6,7		10	614	8,4		10	288	9,5		10	561	10,1
	20	184	6,7		20	530	8,4		20	192	9,6		20	461	10,0
	30	117	6,7		30	446	8,4		30	097	9,5		30	361	10,0
	40	049	6,8		40	361	8,5		40	001	9,6		40	260	10,1
	50	1,56981	6,8		50	276	8,5		50	1,48905	9,6		50	159	10,1
24°	0	1,56912	6,9	32°	0	1,53191	8,5	40°	0	1,48809	9,6	48°	0	1,44059	10,0
	10	843	6,9		10	106	8,5		10	712	9,7		10	1,43958	10,1
	20	774	6,9		20	020	8,6		20	616	9,6		20	858	10,0
	30	704	7,0		30	1,52934	8,6		30	519	9,7		30	757	10,1
	40	633	7,1		40	848	8,6		40	422	9,7		40	657	10,0
	50	562	7,1		50	761	8,7		50	325	9,7		50	557	10,0
25°	0	1,56491	7,1	33°	0	1,52674	8,7	41°	0	1,48228	9,7	49°	0	1,43457	10,0
	10	420	7,1		10	587	8,7		10	131	9,8		10	356	10,1
	20	348	7,2		20	500	8,7		20	033	9,7		20	256	10,0
	30	276	7,2		30	412	8,8		30	1,47936	9,8		30	155	10,1
	40	204	7,2		40	324	8,8		40	838	9,8		40	055	10,0
	50	131	7,3		50	236	8,8		50	740	9,8		50	1,42955	10,0
26°	0	1,56058	7,3	34°	0	1,52147	8,9	42°	0	1,47642	9,8	50°	0	1,42855	10,0
	10	1,55984	7,4		10	058	8,9		10	544	9,8		10	755	10,0
	20	910	7,4		20	1,51969	8,9		20	446	9,8		20	655	10,0
	30	836	7,4		30	880	8,9		30	348	9,8		30	555	10,0
	40	761	7,5		40	790	9,0		40	250	9,8		40	455	10,0
	50	686	7,5		50	700	9,0		50	151	9,9		50	355	10,0
27°	0	1,55611	7,5	35°	0	1,51610	9,0	43°	0	1,47053	9,8	51°	0	1,42255	10,0
	10	535	7,6		10	520	9,0		10	1,46954	9,9		10	155	10,0
	20	459	7,6		20	430	9,0		20	856	9,8		20	055	10,0
	30	382	7,7		30	339	9,1		30	757	9,9		30	1,41955	10,0
	40	305	7,7		40	248	9,1		40	658	9,9		40	855	10,0
	50	228	7,7		50	157	9,1		50	559	9,9		50	755	10,0
28°	0	1,55151	7,7	36°	0	1,51066	9,1	44°	0	1,46459	10,0	52°	0	1,41655	10,0

Prisma $N_D^{18°} = 1{,}62098$.

α		n_D	Δ_n	α		n_D	Δ_n	α		n_D	Δ_n	α		n_D	Δ_n
52°	0′	1,41655		57°	0′	1,38715		62°	0′	1,35940		67°	0′	1,33426	
			10,0				9,6				8,8				7,8
	10	555			10	619			10	852			10	348	
			9,9				9,5				8,8				7,8
	20	456			20	524			20	764			20	270	
			10,0				9,5				8,8				7,7
	30	356			30	429			30	676			30	193	
			9,9				9,5				8,8				7,7
	40	257			40	334			40	588			40	116	
			9,9				9,5				8,7				7,7
	50	158			50	239			50	501			50	039	
			9,9				9,5				8,7				7,6
53°	0	1,41059		58°	0	1,38144		63°	0	1,35414		68°	0	1,32963	
			9,9				9,4				8,7				7,6
	10	1,40960			10	050			10	327			10	887	
			9,9				9,5				8,6				7,6
	20	861			20	1,37955			20	241			20	811	
			9,9				9,4				8,6				7,5
	30	762			30	861			30	155			30	736	
			9,9				9,3				8,6				7,4
	40	663			40	768			40	069			40	662	
			9,8				9,4				8,6				7,4
	50	565			50	674			50	1,34983			50	588	
			9,9				9,3				8,5				7,4
54°	0	1,40466		59°	0	1,37581		64°	0	1,34898		69°	0	1,32514	
			9,8				9,4				8,5				7,3
	10	368			10	487			10	813			10	441	
			9,8				9,3				8,5				7,3
	20	270			20	394			20	728			20	368	
			9,9				9,3				8,4				7,2
	30	171			30	301			30	644			30	296	
			9,8				9,3				8,3				7,2
	40	073			40	208			40	561			40	224	
			9,8				9,2				8,4				7,1
	50	1,39975			50	116			50	477			50	153	
			9,8				9,2				8,3				7,1
55°	0	1,39877		60°	0	1,37024		65°	0	1,34394		70°	0	1,32082	
			9,8				9,2				8,3				7,1
	10	779			10	1,36932			10	311			10	011	
			9,7				9,1				8,2				7,0
	20	682			20	841			20	229			20	1,31941	
			9,7				9,1				8,2				6,9
	30	585			30	750			30	147			30	872	
			9,7				9,1				8,2				6,9
	40	488			40	659			40	065			40	803	
			9,7				9,1				8,1				6,9
	50	391			50	568			50	1,33984			50	734	
			9,7				9,1				8,1				6,8
	0	1,39294		61°	0	1,36477		66°	0	1,33903		71°	0	1,31666	
			9,7				9,0				8,0				6,8
56°	10	197			10	387			10	823			10	598	
			9,7				9,0				8,0				6,7
	20	100			20	297			20	743			20	531	
			9,6				8,9				8,0				6,7
	30	004			30	208			30	663			30	464	
			9,7				9,0				7,9				6,6
	40	1,38907			40	118			40	584			40	398	
			9,6				8,9				7,9				6,6
	50	811			50	029			50	505			50	332	
57°	0	1,38715		62°	0	1,35940		67°	0	1,33426		72°	0	1,31267	
			9,6				8,9				7,9				6,5

Tabelle B.

Großes Pulfrichsches Refraktometer (Neukonstruktion) von Zeiss-Jena.

Prisma I^b und IV^b.

$N_D^{20^0} = 1{,}62197$ $\quad C-D$ 0,00492 $\quad D-F$ 0,01239 $\quad D-G'$ 0,02296

α		n_D	Δ_n	Korrektionswerte für C	F	G'	α		n_D	Δ_n	Korrektionswerte für C	F	G'
10°	0′	1,61265	3,1	−495	+1246	+2309	17°	0′	1,59540	5,1	−500	+1259	+2333
	10	234	3,2	5	6	9		10	489	5,1	0	60	4
	20	202	3,2	5	6	10		20	438	5,2	0	0	4
	30	170	3,3	5	7	0		30	386	5,3	1	1	5
	40	137	3,3	5	7	1		40	333	5,3	1	1	6
	50	104	3,4	6	7	1		50	280	5,3	1	1	7
11°	0	1,61070	3,4	496	1247	2312	18°	0	1,59227	5,4	501	1262	2338
	10	036	3,4	6	7	2		10	173	5,5	1	2	8
	20	002	3,5	6	8	3		20	118	5,5	1	3	9
	30	1,60967	3,6	6	8	3		30	063	5,5	2	3	40
	40	931	3,6	6	8	4		40	008	5,6	2	3	1
	50	895	3,6	6	9	4		50	1,58952	5,6	2	4	2
12°	0	1,60859	3,7	496	1249	2315	19°	0	1,58896	5,6	502	1264	2343
	10	822	3,8	6	9	5		10	840	5,7	2	5	3
	20	784	3,8	7	9	6		20	783	5,8	3	5	4
	30	746	3,8	7	50	6		30	725	5,8	3	6	5
	40	708	3,9	7	0	7		40	667	5,8	3	6	6
	50	669	3,9	7	0	7		50	609	5,9	3	7	7
13°	0	1,60630	4,0	497	1251	2318	20°	0	1,58550	5,9	503	1267	2348
	10	590	4,0	7	1	8		10	491	6,0	3	7	8
	20	550	4,1	7	1	9		20	431	6,0	4	8	9
	30	509	4,1	7	2	20		30	371	6,0	4	8	50
	40	468	4,2	7	2	0		40	311	6,1	4	9	1
	50	426	4,3	8	2	1		50	250	6,1	4	9	2
14°	0	1,60383	4,3	498	1253	2321	21°	0	1,58189	6,1	504	1270	2353
	10	340	4,3	8	3	2		10	128	6,2	5	0	4
	20	297	4,4	8	3	2		20	066	6,3	5	1	5
	30	253	4,4	8	4	3		30	003	6,3	5	1	6
	40	209	4,5	8	4	4		40	1,57940	6,4	5	2	6
	50	164	4,5	8	4	4		50	876	6,4	5	2	7
15°	0	1,60119	4,5	498	1255	2325	22°	0	1,57812	6,4	506	1273	2358
	10	074	4,6	8	5	6		10	748	6,5	6	3	9
	20	028	4,7	9	5	6		20	683	6,5	6	4	60
	30	1,59981	4,7	9	6	7		30	618	6,6	6	4	1
	40	934	4,8	9	6	7		40	552	6,6	6	5	2
	50	886	4,8	9	7	8		50	486	6,6	7	5	3
16°	0	1,59838	4,8	499	1257	2329	23°	0	1,57420	6,7	507	1276	2364
	10	790	4,9	9	7	30		10	353	6,7	7	6	5
	20	741	4,9	500	8	0		20	286	6,7	7	7	6
	30	692	5,0	0	8	1		30	219	6,8	7	7	7
	40	642	5,1	0	9	2		40	151	6,8	8	8	8
	50	591	5,1	0	9	2		50	083	6,9	8	9	9
17°	0	1,59540	5,1	500	1259	2333	24°	0	1,57014	6,9	508	1279	2370

$N_D^{20^0}$ = 1,62197 $C-D$ 0,00492 $D-F$ 0,01239 $D-G'$ 0,02296

α		n_D	Δ_n	Korrektionswerte für C	F	G'	α		n_D	Δ_n	Korrektionswerte für C	F	G'
24°	0′	1,57014		−508	+1279	+2370	32°	0′	1,53296		−520	+1310	+2427
			6,9							8,5			
	10	1,56945		8	80	1		10	211		1	1	8
			6,9							8,6			
	20	876		9	0	2		20	125		1	2	30
			7,0							8,6			
	30	806		9	1	3		30	039		1	3	1
			7,0							8,6			
	40	736		9	1	4		40	1,52953		2	3	3
			7,1							8,7			
	50	665		9	2	5		50	866		2	4	4
			7,1							8,7			
25°	0	1,56594		509	1282	2376	33°	0	1,52779		522	1315	2436
			7,1							8,7			
	10	523		10	3	7		10	692		2	6	7
			7,2							8,7			
	20	451		0	4	8		20	605		3	6	8
			7,2							8,8			
	30	379		0	4	9		30	517		3	7	40
			7,2							8,8			
	40	307		0	5	80		40	429		3	8	1
			7,3							8,8			
	50	234		1	5	1		50	341		4	9	3
			7,3							8,8			
26°	0	1,56161		511	1286	2383	34°	0	1,52253		524	1319	2444
			7,4							8,9			
	10	087		1	7	4		10	164		4	20	5
			7,4							8,9			
	20	013		1	7	6		20	075		4	1	7
			7,4							8,9			
	30	1,55939		2	8	7		30	1,51986		5	2	8
			7,5							9,0			
	40	864		2	8	8		40	896		5	2	50
			7,5							9,0			
	50	789		2	9	9		50	806		5	3	1
			7,5							9,0			
27°	0	1,55714		512	1290	2390	35°	0	1,51716		526	1324	2452
			7,6							9,0			
	10	638		3	0	1		10	626		6	5	4
			7,6							9,0			
	20	562		3	1	2		20	536		7	6	5
			7,6							9,1			
	30	486		3	1	3		30	445		7	6	7
			7,7							9,1			
	40	409		3	2	5		40	354		7	7	8
			7,8							9,1			
	50	331		4	3	6		50	263		8	8	9
			7,7							9,1			
28°	0	1,55254		514	1293	2397	36°	0	1,51172		528	1329	2461
			7,8							9,2			
	10	176		4	4	8		10	080		8	9	2
			7,8							9,3			
	20	098		4	5	9		20	1,50987		8	30	4
			7,9							9,2			
	30	019		5	5	401		30	895		9	1	5
			7,9							9,2			
	40	1,54940		5	6	2		40	803		9	2	7
			7,9							9,3			
	50	861		5	6	3		50	710		9	3	8
			7,9							9,2			
29°	0	1,54782		515	1297	2404	37°	0	1,50618		530	1333	2470
			8,0							9,2			
	10	702		5	8	5		10	526		0	4	1
			8,0							9,3			
	20	622		6	8	7		20	433		0	5	3
			8,0							9,4			
	30	542		6	9	8		30	339		1	6	4
			8,1							9,3			
	40	461		6	300	9		40	246		1	7	6
			8,1							9,4			
	50	380		7	1	10		50	152		1	7	7
			8,2							9,4			
30°	0	1,54298		517	1301	2411	38°	0	1,50058		532	1338	2479
			8,2							9,4			
	10	216		7	2	2		10	1,49964		2	9	80
			8,2							9,4			
	20	134		8	3	4		20	870		2	40	2
			8,2							9,5			
	30	052		8	3	5		30	775		3	1	3
			8,3							9,5			
	40	1,53969		8	4	6		40	680		3	2	5
			8,3							9,5			
	50	886		9	5	8		50	585		3	2	6
			8,3							9,5			
31°	0	1,53803		519	1305	2419	39°	0	1,49490		534	1343	2488
			8,4							9,5			
	10	719		9	6	20		10	395		4	4	9
			8,4							9,6			
	20	635		9	7	2		20	299		4	5	91
			8,4							9,5			
	30	551		20	7	3		30	204		5	6	2
			8,5							9,6			
	40	466		0	8	4		40	108		5	7	4
			8,5							9,6			
	50	381		0	9	5		50	013		5	7	6
			8,5							9,6			
32°	0	1,53296		520	1310	2427	40°	0	1,48917		536	1348	2498

$N_D^{20^0}$ = 1,62197 C—D 0,00492 D—F 0,01239 D—G' 0,02296

α		n_D	Δ_n	Korrektionswerte für C	F	G'	α		n_D	Δ_n	Korrektionswerte für C	F	G'
40°	0′	1,48917	9,7	−536	+1348	+2498	48°	0′	1,44171	10,1	−553	+1392	+2578
	10	820	9,6	6	9	500		10	070	10,1	4	3	80
	20	724	9,7	6	50	1		20	1,43969	10,1	4	4	1
	30	627	9,6	7	1	3		30	868	10,0	4	5	3
	40	531	9,7	7	2	4		40	768	10,0	5	6	5
	50	434	9,7	7	3	6		50	668	10,0	5	7	7
41°	0	1,48337	9,7	538	1353	2508	49°	0	1,43568	10,0	556	1398	2589
	10	240	9,8	8	4	9		10	467	10,1	6	9	91
	20	142	9,7	8	5	11		20	367	10,0	6	400	3
	30	045	9,8	9	6	2		30	267	10,0	7	1	5
	40	1,47947	9,8	9	7	4		40	167	10,0	7	2	7
	50	849	9,8	40	8	5		50	067	10,0	8	3	8
42°	0	1,47751	9,8	540	1359	2517	50°	0	1,42967	10,0	558	1404	2600
	10	653	9,8	0	60	9		10	867	10,0	8	5	2
	20	555	9,8	1	1	21		20	767	10,0	9	6	4
	30	457	9,8	1	1	2		30	667	10,0	9	7	5
	40	359	9,8	1	2	4		40	567	10,0	60	8	7
	50	261	9,8	2	3	5		50	467	10,0	0	9	9
43°	0	1,47163	9,8	542	1364	2527	51°	0	1,42367	10,0	560	1410	2611
	10	064	9,9	2	5	9		10	267	10,0	1	1	2
	20	1,46966	9,8	3	6	30		20	167	10,0	1	2	4
	30	867	9,9	3	7	2		30	067	10,0	2	3	6
	40	768	9,9	3	8	4		40	1,41967	10,0	2	4	8
	50	669	9,9	4	9	5		50	867	10,0	2	5	20
44°	0	1,46569	10,0	544	1370	2537	52°	0	1,41768	9,9	563	1416	2622
	10	470	9,9	5	0	9		10	668	10,0	3	7	3
	20	370	10,0	5	1	40		20	569	9,9	3	8	5
	30	270	10,0	5	2	2		30	469	10,0	4	9	7
	40	171	9,9	6	3	4		40	370	9,9	4	20	9
	50	071	10,0	6	4	6		50	271	9,9	5	1	30
45°	0	1,45972	9,9	546	1375	2547	53°	0	1,41172	9,9	565	1422	2632
	10	873	9,9	7	6	9		10	073	9,9	5	3	4
	20	773	10,0	7	7	51		20	1,40974	9,9	6	4	6
	30	673	10,0	8	8	2		30	876	9,8	6	5	8
	40	573	10,0	8	9	4		40	777	9,9	7	6	40
	50	473	10,0	8	80	6		50	679	9,8	7	7	1
46°	0	1,45373	10,0	549	1381	2557	54°	0	1,40580	9,9	567	1428	2643
	10	273	10,0	9	2	9		10	482	9,8	8	9	5
	20	173	10,0	9	2	61		20	384	9,8	8	30	7
	30	073	10,0	50	3	2		30	286	9,8	9	1	8
	40	1,44973	10,0	0	4	4		40	188	9,8	9	2	50
	50	873	10,0	1	5	6		50	090	9,8	70	3	2
47°	0	1,44773	10,0	551	1386	2568	55°	0	1,39992	9,8	570	1434	2654
	10	672	10,1	1	7	9		10	894	9,8	0	5	6
	20	572	10,0	2	8	71		20	797	9,7	1	6	7
	30	472	10,0	2	9	3		30	700	9,7	1	7	9
	40	371	10,1	2	90	4		40	603	9,7	1	8	61
	50	271	10,0	3	1	6		50	506	9,7	2	9	3
48°	0	1,44171	10,0	553	1392	2578	56°	0	1,39409	9,7	572	1441	2665

$N_D^{20°} = 1{,}62197$ $\quad C-D$ 0,00492 $\quad D-F$ 0,01239 $\quad D-G'$ 0,02296

α		n_D	Δ_n	Korrektionswerte für C	F	G'	α		n_D	Δ_n	Korrektionswerte für C	F	G'
56°	0′	1,39409	9,7	−572	+1441	+2665	64°	0′	1,35018	8,5	−592	+1486	+2750
	10	312	9,7	3	2	7		10	1,34933	8,5	2	7	2
	20	215	9,6	4	3	9		20	848	8,4	2	8	4
	30	119	9,6	4	4	71		30	764	8,3	3	9	5
	40	023	9,6	5	5	3		40	681	8,4	3	90	7
	50	1,38927	9,6	5	6	4		50	597	8,3	4	1	9
57°	0	1,38831	9,5	575	1447	2676	65°	0	1,34514	8,3	594	1492	2761
	10	736	9,5	6	8	8		10	431	8,2	4	3	2
	20	641	9,5	6	9	80		20	349	8,2	5	3	4
	30	546	9,5	7	50	2		30	267	8,2	5	4	5
	40	451	9,5	7	0	4		40	185	8,1	5	5	7
	50	356	9,5	8	1	5		50	104	8,1	6	6	9
58°	0	1,38261	9,4	578	1452	2687	66°	0	1,34023	8,0	596	1497	2770
	10	167	9,5	8	3	9		10	1,33943	8,0	6	8	2
	20	072	9,4	9	4	91		20	863	8,0	7	9	4
	30	1,37978	9,4	9	5	2		30	783	7,9	7	500	5
	40	884	9,4	9	6	4		40	704	7,9	7	1	7
	50	790	9,3	80	7	6		50	625	7,9	8	2	8
59°	0	1,37697	9,3	580	1458	2698	67°	0	1,33546	7,8	598	1503	2780
	10	604	9,3	1	9	9		10	468	7,8	8	3	1
	20	511	9,2	1	60	701		20	390	7,7	9	4	3
	30	419	9,3	1	1	3		30	313	7,7	9	5	5
	40	326	9,2	2	2	5		40	236	7,7	9	6	6
	50	234	9,2	2	3	6		50	159	7,6	600	7	8
60°	0	1,37142	9,2	583	1464	2708	68°	0	1,33083	7,5	600	1508	2789
	10	050	9,1	3	5	10		10	008	7,6	1	8	91
	20	1,36959	9,1	4	6	2		20	1,32932	7,5	1	9	2
	30	868	9,1	4	7	3		30	857	7,5	1	10	4
	40	777	9,1	4	8	5		40	782	7,4	2	1	5
	50	686	9,1	5	9	7		50	708	7,3	2	2	7
61°	0	1,36595	9,0	585	1470	2719	69°	0	1,32635	7,3	602	1513	2798
	10	505	9,0	5	1	20		10	562	7,3	3	3	800
	20	415	8,9	6	2	2		20	489	7,2	3	4	1
	30	326	8,9	6	2	4		30	417	7,2	3	5	3
	40	237	8,9	7	3	6		40	345	7,1	4	6	4
	50	148	8,9	7	4	7		50	274	7,1	4	7	6
62°	0	1,36059	8,9	587	1475	2729	70°	0	1,32203	7,1	604	1517	2807
	10	1,35970	8,8	8	6	31		10	132	7,0	5	8	9
	20	882	8,8	8	7	2		20	062	6,9	5	9	10
	30	794	8,8	8	8	4		30	1,31993	6,9	5	20	1
	40	706	8,7	9	9	6		40	924	6,9	6	1	3
	50	619	8,7	9	80	7		50	855	6,8	6	1	4
63°	0	1,35532	8,6	589	1481	2739	71°	0	1,31787	6,8	606	1522	2816
	10	446	8,6	90	2	41		10	719	6,7	6	3	7
	20	360	8,6	0	3	3		20	652	6,7	7	4	8
	30	274	8,6	1	4	4		30	585	6,7	7	5	20
	40	188	8,5	1	4	6		40	518	6,6	7	5	1
	50	103	8,5	1	5	8		50	452	6,5	8	6	3
64°	0	1,35018	8,5	592	1486	2750	72°	0	1,31387		608	1527	2824

$N_D^{20°} = 1{,}62197$ $\quad C-D$ 0,00492 $\quad D-F$ 0,01239 $\quad D-G'$ 0,02296

α		n_D	Δ_n	Korrektionswerte für C	F	G'	α		n_D	Δ_n	Korrektionswerte für C	F	G'
72°	0′	1,31387		−608	+1527	+2824	73°	0′	1,31005		−610	+1531	+2832
	10	322	6,5	8	7	5		10	1,30944	6,1	0	2	3
	20	257	6,5	8	8	7		20	883	6,1	0	2	4
	30	193	6,4	9	9	8		30	822	6,1	1	3	6
	40	130	6,3	9	9	9		40	762	6,0	1	4	7
	50	167	6,3	9	30	30		50	702	6,0	1	4	8
73°	0	1,31005	6,2	610	1531	2832	74°	0	1,30643	5,9	611	1535	2840

Prisma II^b und V^b.

$N_D^{20°} = 1{,}74735$ $\quad C-D$ 0,00757 $\quad D-F$ 0,01930 $\quad D-G'$ 0,03626

α		n_D	Δ_n	Korrektionswerte für C	F	G'	α		n_D	Δ_n	Korrektionswerte für C	F	G'
10°	0′	1,73870		−761	+1940	+3644	15°	0′	1,72808		−766	+1952	+3666
	10	841	2,9	1	0	4		10	765	4,3	6	2	7
	20	812	2,9	1	0	5		20	723	4,2	6	3	8
	30	782	3,0	1	1	6		30	680	4,3	6	3	9
	40	752	3,0	1	1	7		40	636	4,4	6	4	70
	50	721	3,1	2	1	7		50	592	4,4	7	4	1
11°	0	1,73690	3,1	762	1942	3648	16°	0	1,72547	4,5	767	1955	3672
	10	659	3,1	2	2	9		10	502	4,5	7	5	3
	20	627	3,2	2	3	9		20	457	4,5	7	6	4
	30	594	3,3	2	3	50		30	411	4,6	7	6	5
	40	561	3,3	2	3	1		40	365	4,6	8	7	5
	50	528	3,3	2	4	1		50	319	4,6	8	7	6
12°	0	1,73494	3,4	763	1944	3652	17°	0	1,72272	4,7	768	1958	3677
	10	460	3,4	3	4	3		10	224	4,8	8	8	8
	20	425	3,5	3	5	4		20	176	4,8	8	9	9
	30	389	3,6	3	5	4		30	128	4,8	9	9	80
	40	354	3,5	3	6	5		40	079	4,9	9	60	1
	50	318	3,6	3	6	6		50	030	4,9	9	0	2
13°	0	1,73281	3,7	764	1946	3656	18°	0	1,71981	4,9	769	1961	3683
	10	244	3,7	4	7	7		10	931	5,0	9	1	4
	20	207	3,7	4	7	8		20	881	5,0	70	2	5
	30	169	3,8	4	7	8		30	830	5,1	0	2	6
	40	130	3,9	4	8	9		40	779	5,1	0	3	8
	50	091	3,9	4	8	60		50	727	5,2	0	4	9
14°	0	1,73052	3,9	764	1949	3661	19°	0	1,71675	5,2	771	1964	3690
	10	012	4,0	5	9	2		10	623	5,2	1	5	1
	20	1,72972	4,0	5	50	2		20	570	5,3	1	6	2
	30	932	4,0	5	0	3		30	517	5,3	1	6	3
	40	891	4,1	5	1	4		40	463	5,4	2	7	4
	50	850	4,1	5	1	5		50	409	5,4	2	7	6
15°	0	1,72808	4,2	766	1952	3666	20°	0	1,71355	5,4	772	1968	3697

$N_D^{20°} = 1{,}74735$ $\quad C-D$ 0,00757 $\quad D-F$ 0,01930 $\quad D-G'$ 0,03626

α		n_D	Δ_n	Korrektionswerte für C	F	G'	α		n_D	Δ_n	Korrektionswerte für C	F	G'
20°	0′	1,71355	5,5	−772	+1968	+3697	28°	0′	1,68310	7,2	−786	+2003	+3762
	10	300	5,5	2	9	8		10	238	7,2	7	4	4
	20	245	5,5	3	9	9		20	166	7,2	7	5	5
	30	190	5,5	3	70	700		30	094	7,3	7	6	7
	40	134	5,6	3	0	1		40	021	7,3	8	6	8
	50	077	5,7	3	1	2		50	1,67948	7,3	8	7	70
21°	0	1,71021	5,6	774	1972	3704	29°	0	1,67875	7,3	788	2008	3771
	10	1,70964	5,7	4	2	5		10	801	7,4	9	9	3
	20	906	5,8	4	3	6		20	727	7,4	9	10	5
	30	848	5,8	4	4	7		30	653	7,4	9	1	6
	40	790	5,8	5	4	8		40	579	7,4	90	2	8
	50	731	5,9	5	5	9		50	504	7,5	0	2	9
22°	0	1,70672	5,9	775	1975	3711	30°	0	1,67429	7,5	790	2013	3781
	10	613	5,9	5	6	2		10	353	7,6	1	4	3
	20	553	6,0	6	7	3		20	277	7,6	1	5	4
	30	493	6,0	6	8	5		30	201	7,6	1	6	6
	40	433	6,0	6	8	6		40	125	7,6	2	7	8
	50	372	6,1	7	9	7		50	049	7,6	2	8	90
23°	0	1,70310	6,2	777	1980	3719	31°	0	1,66972	7,7	793	2019	3791
	10	249	6,1	7	1	20		10	895	7,7	3	20	3
	20	187	6,2	8	1	1		20	818	7,7	3	1	5
	30	125	6,2	8	2	3		30	740	7,8	4	2	7
	40	062	6,3	8	3	4		40	662	7,8	4	3	8
	50	1,69999	6,3	8	3	5		50	584	7,8	4	4	800
24°	0	1,69935	6,4	779	1984	3727	32°	0	1,66506	7,8	795	2025	3802
	10	871	6,4	9	5	8		10	427	7,9	5	5	4
	20	807	6,4	9	6	30		20	348	7,9	6	6	5
	30	743	6,4	80	6	1		30	269	7,9	6	7	7
	40	678	6,5	0	7	2		40	190	7,9	6	8	9
	50	613	6,5	0	8	4		50	110	8,0	7	9	11
25°	0	1,69547	6,6	780	1989	3735	33°	0	1,66030	8,0	797	2030	3812
	10	481	6,6	1	9	6		10	1,65950	8,0	7	1	4
	20	415	6,6	1	90	8		20	870	8,0	8	2	6
	30	349	6,6	1	1	9		30	789	8,1	8	3	8
	40	282	6,7	2	2	40		40	708	8,1	9	4	9
	50	214	6,8	2	2	2		50	627	8,1	9	5	21
26°	0	1,69147	6,7	782	1993	3743	34°	0	1,65546	8,1	799	2036	3823
	10	079	6,8	2	4	5		10	464	8,2	800	7	5
	20	011	6,8	3	5	6		20	382	8,2	0	8	7
	30	1,68942	6,9	3	6	8		30	300	8,2	1	9	9
	40	873	6,9	3	6	9		40	218	8,2	1	40	31
	50	804	6,9	4	7	51		50	136	8,2	1	1	2
27°	0	1,68734	7,0	784	1998	3753	35°	0	1,65053	8,3	802	2042	3834
	10	664	7,0	4	9	4		10	1,64970	8,3	2	3	6
	20	594	7,0	5	2000	6		20	887	8,3	3	4	8
	30	524	7,0	5	1	7		30	804	8,3	3	5	40
	40	453	7,1	6	1	9		40	720	8,4	3	6	2
	50	382	7,1	6	2	60		50	636	8,4	4	7	4
28°	0	1,68310	7,2	786	2003	3762	36°	0	1,64552	8,4	804	2048	3846

$N_D^{20^0}$ = 1,74735 $C-D$ 0,00757 $D-F$ 0,01930 $D-G'$ 0,03626

α		n_D	Δ_n	Korrektionswerte für C	F	G'	α		n_D	Δ_n	Korrektionswerte für C	F	G'
36°	0′	1,64552	8,4	−804	+2048	+3846	44°	0′	1,60333	9,0	−825	+2101	+3944
	10	468	8,4	5	9	8		10	243	9,1	6	3	7
	20	384	8,5	5	50	50		20	152	9,1	6	4	9
	30	299	8,5	5	1	2		30	061	9,1	7	5	51
	40	214	8,5	6	2	4		40	1,59970	9,1	7	6	3
	50	129	8,5	6	3	5		50	879	9,1	8	7	5
37°	0	1,64044	8,5	807	2054	3857	45°	0	1,59788	9,1	828	2108	3957
	10	1,63959	8,5	7	6	9		10	697	9,1	9	10	60
	20	874	8,5	7	7	61		20	606	9,1	9	1	2
	30	788	8,6	8	8	3		30	515	9,1	30	2	4
	40	702	8,6	8	9	5		40	424	9,1	0	3	6
	50	616	8,5	9	60	7		50	333	9,1	1	4	8
38°	0	1,63530	8,6	809	2061	3869	46°	0	1,59241	9,2	831	2115	3971
	10	443	8,7	10	2	71		10	150	9,1	2	7	3
	20	357	8,6	0	3	3		20	059	9,1	2	8	5
	30	270	8,7	0	4	5		30	1,58967	9,2	3	9	7
	40	183	8,7	1	5	7		40	876	9,1	3	20	80
	50	096	8,7	1	6	9		50	785	9,1	4	1	2
39°	0	1,63009	8,7	812	2067	3881	47°	0	1,58693	9,2	834	2123	3984
	10	1,62922	8,7	2	8	3		10	602	9,1	4	4	6
	20	834	8,8	3	70	5		20	510	9,2	5	5	9
	30	746	8,8	3	1	7		30	419	9,1	5	6	91
	40	658	8,8	4	2	90		40	328	9,1	6	8	3
	50	570	8,8	4	3	2		50	236	9,2	6	9	5
40°	0	1,62482	8,8	814	2074	3894	48°	0	1,58144	9,2	837	2130	3998
	10	394	8,8	5	5	6		10	053	9,1	7	1	4000
	20	306	8,8	5	6	8		20	1,57962	9,1	8	2	2
	30	217	8,9	6	7	900		30	870	9,2	8	4	4
	40	129	8,8	6	8	2		40	779	9,1	9	5	7
	50	040	8,9	7	80	4		50	687	9,2	9	6	9
41°	0	1,61951	8,9	817	2081	3906	49°	0	1,57596	9,1	840	2137	4011
	10	862	8,9	8	2	8		10	504	9,2	0	9	3
	20	773	8,9	8	3	10		20	413	9,1	1	40	6
	30	684	8,9	8	4	2		30	322	9,1	1	1	8
	40	595	8,9	9	5	4		40	231	9,1	2	2	20
	50	505	9,0	9	6	6		50	139	9,2	2	3	2
42°	0	1,61416	8,9	820	2087	3918	50°	0	1,57048	9,1	843	2145	4025
	10	326	9,0	0	8	21		10	1,56957	9,1	3	6	7
	20	236	9,0	1	90	3		20	866	9,1	4	7	9
	30	146	9,0	1	1	5		30	775	9,1	4	8	32
	40	056	9,0	2	2	7		40	684	9,1	5	50	4
	50	1,60966	9,0	3	3	9		50	593	9,1	5	1	6
43°	0	1,60876	9,0	823	2094	3931	51°	0	1,56502	9,1	846	2152	4038
	10	786	9,0	3	5	4		10	411	9,1	6	3	41
	20	696	9,0	4	7	6		20	320	9,1	7	4	3
	30	605	9,1	4	8	8		30	229	9,1	7	6	5
	40	515	9,0	5	9	40		40	138	9,1	8	7	8
	50	424	9,1	5	100	2		50	048	9,0	8	8	50
44°	0	1,60333	9,1	825	2101	3944	52°	0	1,55957	9,1	849	2159	4052

$N_D^{20°} = 1{,}74735$ $\quad C-D$ 0,00757 $\quad D-F$ 0,01930 $\quad D-G'$ 0,03626

α		n_D	Δ_n	Korrektionswerte für C	F	G'	α		n_D	Δ_n	Korrektionswerte für C	F	G'
52°	0′	1,55957		−849	+2159	+4052	60°	0′	1,51764		−872	+2218	+4161
			9,0							8,8			
	10	867		9	61	4		10	681		3	9	3
			9,1							8,8			
	20	776		50	2	7		20	598		3	20	5
			9,0							8,2			
	30	686		0	3	9		30	516		4	2	7
			9,0							8,2			
	40	596		1	4	61		40	434		4	3	70
			9,0							8,2			
	50	506		1	6	4		50	352		5	4	2
			9,0							8,2			
53°	0	1,55416		852	2167	4066	61°	0	1,51270		875	2225	4174
			9,0							8,1			
	10	326		2	8	8		10	189		6	6	6
			9,0							8,1			
	20	236		3	9	71		20	108		6	8	9
			9,0							8,1			
	30	146		3	70	3		30	027		6	9	81
			8,9							8,1			
	40	057		4	2	5		40	1,50946		7	30	3
			9,0							8,0			
	50	1,54967		4	3	7		50	866		7	1	5
			8,9							8,0			
54°	0	1,54878		855	2174	4080	62°	0	1,50786		878	2232	4187
			8,9							8,0			
	10	789		5	5	2		10	706		8	4	9
			8,9							8,0			
	20	700		5	7	4		20	626		9	5	92
			8,9							7,9			
	30	611		6	8	7		30	547		9	6	4
			8,9							7,9			
	40	522		6	9	9		40	468		80	7	6
			8,9							7,9			
	50	433		7	80	91		50	389		0	8	8
			8,8							7,8			
55°	0	1,54345		857	2182	4093	63°	0	1,50311		881	2239	4200
			8,9							7,8			
	10	256		8	3	6		10	233		1	40	2
			8,8							7,8			
	20	168		8	4	8		20	155		2	1	4
			8,8							7,8			
	30	080		9	5	100		30	077		2	3	6
			8,8							7,7			
	40	1,53992		9	6	2		40	000		2	4	8
			8,8							7,7			
	50	904		60	8	5		50	1,49923		3	5	10
			8,8							7,6			
56°	0	1,53816		860	2189	4107	64°	0	1,49847		883	2246	4212
			8,8							7,7			
	10	728		1	90	9		10	770		4	7	5
			8,7							7,6			
	20	641		1	2	12		20	694		4	8	7
			8,8							7,6			
	30	553		2	3	4		30	618		5	9	9
			8,7							7,5			
	40	466		2	4	6		40	543		5	50	21
			8,7							7,5			
	50	379		3	5	8		50	468		6	2	3
			8,6							7,5			
57°	0	1,53293		863	2196	4121	65°	0	1,49393		886	2253	4225
			8,7							7,4			
	10	206		4	8	3		10	319		7	4	7
			8,6							7,4			
	20	120		4	9	5		20	245		7	5	9
			8,7							7,4			
	30	033		5	200	7		30	171		7	6	31
			8,6							7,3			
	40	1,52947		5	1	30		40	098		8	7	3
			8,6							7,3			
	50	861		6	2	2		50	025		8	8	5
			8,5							7,3			
58°	0	1,52776		866	2204	4134	66°	0	1,48952		889	2259	4237
			8,6							7,3			
	10	690		7	5	7		10	879		9	60	9
			8,5							7,2			
	20	605		7	6	9		20	807		90	1	41
			8,5							7,1			
	30	520		8	7	41		30	736		0	2	3
			8,5							7,2			
	40	435		8	8	3		40	664		1	4	5
			8,5							7,1			
	50	350		9	10	5		50	593		1	5	7
			8,4							7,0			
59°	0	1,52266		869	2211	4148	67°	0	1,48523		891	2266	4249
			8,4							7,0			
	10	182		70	2	50		10	453		2	7	51
			8,4							7,0			
	20	098		0	3	2		20	383		2	8	3
			8,4							7,0			
	30	014		1	4	4		30	313		3	9	5
			8,4							6,9			
	40	1,51930		1	6	6		40	244		3	70	7
			8,3							6,9			
	50	847		2	7	9		50	175		3	1	8
			8,3							6,8			
60°	0	1,51764		872	2218	4161	68°	0	1,48107		894	2272	4260

$N_D^{20°} = 1{,}74735$ $C-D$ 0,00757 $D-F$ 0,01930 $D-G'$ 0,03626

α		n_D	Δ_n	Korrektionswerte für C	F	G'	α		n_D	Δ_n	Korrektionswerte für C	F	G'
68°	0′	1,48107		−894	+2272	+4260	71°	0′	1,46943		−901	+2290	+4293
			6,8							6,1			
	10	039		4	3	2		10	882		1	0	5
			6,8							6,0			
	20	1,47971		5	4	4		20	822		2	1	7
			6,7							6,0			
	30	904		5	5	6		30	762		2	2	8
			6,7							5,9			
	40	837		5	6	8		40	703		2	3	300
			6,6							5,9			
	50	771		6	7	70		50	644		3	4	2
			6,6							5,9			
69°	0	1,47705		896	2278	4272	72°	0	1,46585		903	2295	4303
			6,6							5,8			
	10	639		7	9	4		10	527		3	6	5
			6,5							5,8			
	20	574		7	80	6		20	469		4	7	7
			6,5							5,7			
	30	509		7	1	8		30	412		4	8	8
			6,5							5,7			
	40	444		8	2	9		40	355		5	9	10
			6,4							5,6			
	50	380		8	3	81		50	299		5	9	1
			6,4							5,6			
70°	0	1,47316		899	2284	4283	73°	0	1,46243		905	2300	4313
			6,3							5,5			
	10	253		9	5	5		10	188		6	1	5
			6,3							5,5			
	20	190		9	6	7		20	133		6	2	6
			6,2							5,4			
	30	128		900	7	8		30	079		6	3	8
			6,2							5,4			
	40	066		0	8	90		40	025		7	4	20
			6,2							5,4			
	50	004		1	9	2		50	1,45971		7	5	1
			6,1							5,3			
71°	0	1,46943		901	2290	4293	74°	0	1,45918		907	2306	4323

Prisma III^b.

$N_D^{20°} = 1{,}90685$ $C-D$ 0,01150 $D-F$ 0,03037 $D-G'$ 0,05770

α		n_D	Δ_n	Korrektionswerte für C	F	G'	α		n_D	Δ_n	Korrektionswerte für C	F	G'
10°	0′	1,89893		−1155	+3049	+5793	13°	0′	1,89354		−1158	+3058	+5810
			2,7							3,4			
	10	866		5	50	4		10	320		8	9	1
			2,7							3,5			
	20	839		5	0	5		20	285		9	9	2
			2,7							3,4			
	30	812		5	1	6		30	251		9	60	3
			2,8							3,5			
	40	784		6	1	7		40	216		9	0	4
			2,8							3,6			
	50	756		6	2	8		50	180		9	1	5
			2,8							3,6			
11°	0	1,89728		1156	3052	5799	14°	0	1,89144		1159	3061	5816
			2,9							3,6			
	10	699		6	3	800		10	108		60	2	7
			2,9							3,7			
	20	670		6	3	1		20	071		0	3	8
			3,0							3,7			
	30	640		7	4	2		30	034		0	3	9
			3,0							3,7			
	40	610		7	4	3		40	1,88997		0	4	21
			3,1							3,8			
	50	579		7	5	4		50	959		1	5	2
			3,1							3,9			
12°	0	1,89548		1157	3055	5805	15°	0	1,88920		1161	3065	5823
			3,1							3,8			
	10	517		7	6	5		10	882		1	6	4
			3,2							3,9			
	20	485		8	6	6		20	843		1	7	5
			3,2							4,0			
	30	453		8	7	7		30	803		2	7	7
			3,3							4,0			
	40	420		8	7	8		40	763		2	8	8
			3,3							4,0			
	50	387		8	8	9		50	723		2	9	9
			3,3							4,1			
13°	0	1,89354		1158	3058	5810	16°	0	1,88682		1162	3069	5830

$N_D^{20^0} = 1{,}90685$ $\quad C-D$ 0,01150 $\quad D-F$ 0,03037 $\quad D-G'$ 0,05770

α		n_D	Δ_n	Korrektionswerte für C	F	G'	α		n_D	Δ_n	Korrektionswerte für C	F	G'
16°	0′	1,88682	4,1	−1162	+3069	+5830	24°	0′	1,86297	5,9	−1177	+3108	+5903
	10	641	4,1	3	70	2		10	238	5,8	8	9	4
	20	600	4,2	3	1	3		20	180	5,9	8	10	6
	30	558	4,2	3	1	4		30	121	5,9	9	1	8
	40	516	4,3	3	2	5		40	062	5,9	9	2	10
	50	473	4,3	4	3	6		50	003	6,0	9	3	2
17°	0	1,88430	4,3	1164	3073	5838	25°	0	1,85943	6,0	1180	3114	5913
	10	387	4,4	4	4	9		10	883	6,1	0	5	5
	20	343	4,4	4	4	40		20	822	6,0	0	5	7
	30	299	4,4	5	5	1		30	762	6,1	1	6	9
	40	255	4,5	5	6	3		40	701	6,2	1	7	20
	50	210	4,6	5	6	4		50	639	6,1	1	8	2
18°	0	1,88164	4,5	1165	3077	5845	26°	0	1,85578	6,2	1182	3119	5924
	10	119	4,6	6	8	7		10	516	6,2	2	20	6
	20	073	4,7	6	9	8		20	454	6,3	3	1	8
	30	026	4,6	6	80	50		30	391	6,3	3	3	30
	40	1,87980	4,7	7	0	1		40	328	6,3	3	4	2
	50	933	4,8	7	1	3		50	265	6,3	4	5	4
19°	0	1,87885	4,8	1167	3082	5854	27°	0	1,85202	6,4	1184	3126	5936
	10	837	4,8	8	3	6		10	138	6,4	5	7	8
	20	789	4,8	8	4	7		20	074	6,4	5	8	40
	30	741	4,9	8	4	9		30	010	6,5	6	9	2
	40	692	5,0	9	5	60		40	1,84945	6,5	6	30	4
	50	642	4,9	9	6	2		50	880	6,5	6	1	6
20°	0	1,87593	5,0	1169	3087	5863	28°	0	1,84815	6,5	1187	3132	5948
	10	543	5,1	70	8	5		10	750	6,6	7	3	50
	20	492	5,1	0	8	6		20	684	6,6	8	5	2
	30	441	5,1	0	9	8		30	618	6,6	8	6	4
	40	390	5,1	1	90	9		40	552	6,6	9	7	7
	50	339	5,2	1	1	71		50	486	6,7	9	8	9
21°	0	1,87287	5,2	1171	3092	5872	29°	0	1,84419	6,7	1189	3139	5961
	10	235	5,2	1	2	4		10	352	6,7	90	40	3
	20	183	5,3	2	3	5		20	285	6,8	0	1	5
	30	130	5,3	2	4	7		30	217	6,8	1	2	7
	40	077	5,4	2	5	8		40	149	6,8	1	3	9
	50	023	5,4	3	6	80		50	081	6,8	1	4	71
22°	0	1,86969	5,4	1173	3096	5881	30°	0	1,84013	6,8	1192	3145	5973
	10	915	5,5	3	7	3		10	1,83944	6,9	2	7	5
	20	860	5,5	4	8	5		20	875	6,9	3	8	7
	30	805	5,5	4	9	7		30	806	6,9	3	9	80
	40	750	5,5	4	100	8		40	737	6,9	4	50	2
	50	695	5,6	5	1	90		50	668	6,9	4	1	4
23°	0	1,86639	5,6	1175	3102	5892	31°	0	1,83598	7,0	1195	3153	5986
	10	583	5,6	6	3	4		10	528	7,0	5	4	9
	20	526	5,7	6	4	5		20	457	7,1	6	5	91
	30	469	5,7	6	5	7		30	387	7,0	6	6	3
	40	412	5,7	7	6	9		40	316	7,1	7	7	5
	50	355	5,7	7	7	901		50	245	7,1	7	9	8
24°	0	1,86297	5,8	1177	3108	5903	32°	0	1,83174	7,1	1197	3160	6000

$N_D^{20^0} = 1{,}90685$ $\quad C-D$ 0,01150 $\quad D-F$ 0,03037 $\quad D-G'$ 0,05770

α		n_D	Δ_n	Korrektionswerte für C	F	G'	α		n_D	Δ_n	Korrektionswerte für C	F	G'
32°	0′	1,83174		−1197	+3160	+6000	40°	0′	1,79524		−1222	+3223	+6118
			7,2							8,0			
	10	102		8	1	2		10	444		3	4	20
			7,2							8,0			
	20	030		8	2	4		20	364		3	6	3
			7,2							8,0			
	30	1,82958		9	4	7		30	284		4	7	6
			7,2							8,0			
	40	886		9	5	9		40	204		4	8	8
			7,2							8,0			
	50	814		200	6	11		50	124		5	30	31
			7,3							8,0			
33°	0	1,82741		1200	3167	6014	41°	0	1,79044		1225	3231	6133
			7,3							8,1			
	10	668		1	8	6		10	1,78963		6	3	6
			7,3							8,0			
	20	595		1	70	8		20	883		6	4	9
			7,3							8,1			
	30	522		2	1	20		30	802		7	5	41
			7,3							8,1			
	40	449		2	2	3		40	721		8	7	4
			7,4							8,1			
	50	375		3	3	5		50	640		8	8	7
			7,4							8,1			
34°	0	1,82301		1203	3174	6027	42°	0	1,78559		1229	3240	6149
			7,4							8,1			
	10	227		4	6	30		10	478		9	1	52
			7,4							8,1			
	20	153		4	7	2		20	397		30	3	5
			7,4							8,1			
	30	079		5	8	4		30	316		0	4	7
			7,5							8,1			
	40	004		5	80	7		40	235		1	6	60
			7,5							8,2			
	50	1,81929		6	1	9		50	153		1	7	3
			7,5							8,1			
35°	0	1,81854		1206	3182	6042	43°	0	1,78072		1232	3249	6166
			7,5							8,2			
	10	779		7	4	4		10	1,77990		3	50	8
			7,6							8,1			
	20	703		7	5	7		20	909		3	2	71
			7,5							8,2			
	30	628		8	6	9		30	827		4	3	4
			7,6							8,2			
	40	552		8	8	52		40	745		4	4	7
			7,6							8,1			
	50	476		9	9	4		50	664		5	6	9
			7,6							8,2			
36°	0	1,81400		1209	3190	6057	44°	0	1,77582		1236	3257	6182
			7,7							8,2			
	10	323		10	1	9		10	500		6	9	5
			7,6							8,2			
	20	247		0	3	62		20	418		7	60	8
			7,7							8,2			
	30	170		1	4	4		30	336		7	2	91
			7,7							8,2			
	40	093		1	5	6		40	254		8	3	3
			7,7							8,2			
	50	016		2	7	9		50	172		8	5	6
			7,7							8,2			
37°	0	1,80939		1212	3198	6071	45°	0	1,77090		1239	3266	6199
			7,7							8,2			
	10	862		3	9	4		10	008		40	8	202
			7,8							8,3			
	20	784		4	200	6		20	1,76925		0	9	4
			7,7							8,2			
	30	707		4	2	9		30	843		1	71	7
			7,8							8,2			
	40	629		5	3	81		40	761		1	2	10
			7,8							8,2			
	50	551		5	5	4		50	679		2	4	3
			7,8							8,3			
38°	0	1,80473		1216	3206	6086	46°	0	1,76596		1242	3275	6215
			7,8							8,2			
	10	395		6	7	9		10	514		3	7	8
			7,9							8,2			
	20	316		7	9	91		20	432		4	8	21
			7,8							8,3			
	30	238		7	10	4		30	349		4	80	4
			7,9							8,2			
	40	159		8	2	7		40	267		5	1	7
			7,9							8,2			
	50	080		8	3	9		50	185		5	3	9
			7,9							8,3			
39°	0	1,80001		1219	3214	6102	47°	0	1,76102		1246	3284	6232
			7,9							8,2			
	10	1,79922		9	6	5		10	020		7	6	5
			7,9							8,2			
	20	843		20	7	7		20	1,75938		7	7	8
			8,0							8,3			
	30	763		0	9	10		30	855		8	9	41
			7,9							8,2			
	40	684		1	20	2		40	773		8	90	4
			8,0							8,3			
	50	604		2	1	5		50	690		9	2	6
			8,0							8,2			
40°	0	1,79524		1222	3223	6118	48°	0	1,75608		1249	3293	6249

$N_D^{20°} = 1{,}90685$ $C—D$ 0,01150 $D—F$ 0,03037 $D—G'$ 0,05770

α		n_D	Δ_n	Korrektionswerte für C	F	G'	α		n_D	Δ_n	Korrektionswerte für C	F	G'
48°	0′	1,75608	8,2	−1249	+3293	+6249	56°	0′	1,71720	7,9	−1278	+3366	+6385
	10	526	8,3	50	5	52		10	641	7,8	8	8	8
	20	443	8,2	1	6	5		20	563	7,8	9	9	91
	30	361	8,3	1	8	8		30	485	7,8	80	71	4
	40	278	8,2	2	9	61		40	407	7,8	0	2	7
	50	196	8,2	2	301	3		50	329	7,8	1	4	9
49°	0	1,75114	8,2	1253	3302	6266	57°	0	1,71251	7,7	1281	3375	6402
	10	032	8,3	4	4	9		10	174	7,7	2	7	5
	20	1,74949	8,2	4	5	72		20	097	7,7	3	8	8
	30	867	8,2	5	7	5		30	020	7,7	3	80	11
	40	785	8,2	5	8	7		40	1,70943	7,7	4	1	3
	50	703	8,2	6	10	80		50	866	7,7	4	3	6
50°	0	1,74621	8,2	1256	3311	6283	58°	0	1,70789	7,7	1285	3384	6419
	10	539	8,2	7	3	6		10	713	7,6	5	6	22
	20	457	8,2	8	4	9		20	637	7,6	6	7	4
	30	375	8,2	8	6	92		30	561	7,6	7	9	7
	40	293	8,2	9	8	5		40	485	7,6	7	90	30
	50	212	8,1	9	9	7		50	409	7,6	8	2	3
51°	0	1,74130	8,2	1260	3321	6300	59°	0	1,70333	7,6	1288	3393	6435
	10	048	8,2	1	2	3		10	258	7,5	9	5	8
	20	1,73967	8,1	1	4	6		20	183	7,5	9	6	41
	30	885	8,2	2	5	9		30	108	7,5	90	7	3
	40	804	8,1	2	7	12		40	033	7,5	1	9	6
	50	722	8,2	3	8	5		50	1,69959	7,4	1	400	9
52°	0	1,73641	8,1	1264	3330	6317	60°	0	1,69885	7,4	1292	3402	6452
	10	560	8,1	4	1	20		10	811	7,4	2	3	4
	20	479	8,1	5	3	3		20	737	7,4	3	5	7
	30	398	8,1	5	4	6		30	663	7,4	3	6	60
	40	317	8,1	6	6	9		40	590	7,3	4	8	2
	50	236	8,1	7	7	32		50	517	7,3	5	9	5
53°	0	1,73155	8,1	1267	3339	6334	61°	0	1,69444	7,3	1295	3411	6468
	10	074	8,1	8	40	7		10	371	7,3	6	2	71
	20	1,72994	8,0	8	2	40		20	299	7,2	6	3	3
	30	913	8,1	9	4	3		30	226	7,3	7	5	6
	40	833	8,0	70	5	6		40	154	7,2	7	6	9
	50	752	8,1	0	7	9		50	083	7,1	8	8	81
54°	0	1,72672	8,0	1271	3348	6352	62°	0	1,69011	7,2	1299	3419	6484
	10	592	8,0	1	50	4		10	1,68940	7,1	9	21	7
	20	512	8,0	2	1	7		20	869	7,1	300	2	9
	30	432	8,0	3	3	60		30	798	7,1	0	3	92
	40	352	8,0	3	4	3		40	728	7,0	1	5	4
	50	273	7,9	4	6	6		50	658	7,0	1	6	7
55°	0	1,72193	8,0	1274	3357	6368	63°	0	1,68588	7,0	1302	3427	6499
	10	114	7,9	5	9	71		10	518	7,0	2	9	502
	20	035	7,9	6	60	4		20	449	6,9	3	30	4
	30	1,71956	7,9	6	2	7		30	380	6,9	3	2	7
	40	877	7,9	7	3	80		40	311	6,9	4	3	9
	50	798	7,9	7	5	2		50	242	6,9	4	4	12
56°	0	1,71720	7,8	1278	3366	6385	64°	0	1,68174	6,8	1305	3436	6514

$N_D^{20°} = 1{,}90685$ $C-D$ 0,01150 $D-F$ 0,03037 $D-G'$ 0,05770

α		n_D	Δ_n	Korrektionswerte für C	F	G'	α		n_D	Δ_n	Korrektionswerte für C	F	G'
64°	0′	1,68174		−1305	+3436	+6514	69°	0′	1,66268		−1320	+3474	+6586
	10	106	6,8	5	7	7		10	210	5,8	1	5	9
	20	038	6,8	6	8	20		20	152	5,8	1	7	91
	30	1,67971	6,7	7	40	2		30	094	5,8	1	8	3
	40	903	6,8	7	1	5		40	037	5,7	2	9	6
	50	836	6,7	8	2	7		50	1,65980	5,7	2	80	8
65°	0	1,67770	6,6	1308	3444	6530	70°	0	1,65923	5,7	1323	3481	6600
	10	704	6,6	9	5	2		10	867	5,6	3	3	2
	20	638	6,6	9	6	5		20	811	5,6	4	4	4
	30	572	6,6	10	8	7		30	756	5,5	4	5	6
	40	507	6,5	0	9	40		40	701	5,5	5	6	8
	50	442	6,5	1	51	2		50	646	5,5	5	7	10
66°	0	1,67377	6,5	1311	3452	6545	71°	0	1,65592	5,4	1325	3488	6612
	10	313	6,4	2	3	7		10	538	5,4	6	9	4
	20	249	6,4	2	4	50		20	484	5,4	6	90	6
	30	185	6,4	3	6	2		30	431	5,3	7	1	8
	40	121	6,4	3	7	4		40	379	5,2	7	2	20
	50	058	6,3	4	8	6		50	326	5,3	7	3	2
67°	0	1,66995	6,3	1314	3459	6559	72°	0	1,65274	5,2	1328	3494	6624
	10	933	6,2	5	61	61		10	223	5,1	8	5	6
	20	871	6,2	5	2	3		20	172	5,1	9	6	8
	30	809	6,2	6	3	6		30	121	5,1	9	8	30
	40	747	6,2	6	4	8		40	071	5,0	30	9	2
	50	686	6,1	7	5	70		50	021	5,0	0	500	4
68°	0	1,66625	6,1	1317	3467	6573	73°	0	1,64971	5,0	1330	3501	6636
	10	565	6,0	8	8	5		10	922	4,9	1	2	8
	20	505	6,0	8	9	7		20	874	4,8	1	3	40
	30	445	6,0	9	70	9		30	825	4,9	2	4	2
	40	386	5,9	9	2	82		40	777	4,8	2	5	4
	50	327	5,9	20	3	4		50	730	4,7	2	6	6
69°	0	1,66268	5,9	1320	3474	6586	74°	0	1,64683	4,7	1333	3507	6648

Tabelle C.

Temperaturkorrektion für Prisma I^b pro Grad; Multipla (in Einheiten der fünften Dezimale von n); zuzuzählen, wenn die Meßtemperatur über 20° liegt, abzuziehen, „ „ „ unter 20° „

Celsiusgrade	n	C	D^1	F	G'
1°	1,30	0,30	0,35	0,49	—
2		0,60	0,70	0,98	—
3		0,89	1,05	1,47	—
4		1,19	1,40	1,96	—
5		1,49	1,75	2,45	—
6		1,79	2,09	2,94	—
7		2,09	2,44	3,43	—
8		2,38	2,79	3,92	—
9		2,68	3,14	4,41	—
10		2,98	3,49	4,90	—
1°	1,35	0,29	0,34	0,47	0,61
2		0,57	0,67	0,94	1,22
3		0,86	1,01	1,42	1,83
4		1,15	1,34	1,89	2,44
5		1,44	1,68	2,36	3,05
6		1,72	2,02	2,84	3,65
7		2,01	2,35	3,30	4,26
8		2,30	2,69	3,78	4,87
9		2,58	3,02	4,25	5,48
10		2,87	3,36	4,72	6,09
1°	1,40	0,28	0,32	0,46	0,59
2		0,55	0,65	0,91	1,17
3		0,83	0,97	1,37	1,76
4		1,11	1,30	1,82	2,35
5		1,39	1,62	2,28	2,94
6		1,66	1,94	2,73	3,52
7		1,94	2,27	3,19	4,11
8		2,22	2,59	3,64	4,70
9		2,49	2,92	4,10	5,28
10		2,77	3,24	4,55	5,87
1°	1,45	0,27	0,31	0,44	0,57
2		0,54	0,63	0,88	1,13
3		0,80	0,94	1,32	1,70
4		1,07	1,25	1,76	2,27
5		1,34	1,57	2,20	2,84
6		1,61	1,88	2,64	3,40
7		1,88	2,19	3,08	3,97
8		2,14	2,50	3,52	4,54
9		2,41	2,82	3,96	5,10
10		2,68	3,13	4,40	5,67

Celsiusgrade	n	C	D	F	G'
1°	1,50	0,26	0,30	0,43	0,55
2		0,52	0,60	0,85	1,10
3		0,78	0,91	1,28	1,64
4		1,04	1,21	1,70	2,19
5		1,25	1,51	2,13	2,74
6		1,55	1,81	2,55	3,29
7		1,81	2,11	2,98	3,84
8		2,07	2,42	3,40	4,38
9		2,33	2,72	3,83	4,93
10		2,59	3,02	4,25	5,48
1°	1,55	0,25	0,29	0,41	0,53
2		0,50	0,59	0,82	1,06
3		0,75	0,88	1,23	1,59
4		1,00	1,17	1,64	2,12
5		1,25	1,47	2,06	2,66
6		1,50	1,76	2,47	3,19
7		1,75	2,05	2,88	3,72
8		2,00	2,34	3,29	4,25
9		2,25	2,64	3,70	4,78
10		2,50	2,93	4,11	5,31
1°	1,60	0,24	0,28	0,40	0,51
2		0,49	0,57	0,80	1,03
3		0,73	0,85	1,19	1,54
4		0,97	1,14	1,59	2,06
5		1,22	1,42	1,99	2,57
6		1,46	1,70	2,39	3,08
7		1,70	1,99	2,79	3,60
8		1,94	2,27	3,18	4,11
9		2,19	2,56	3,58	4,63
10		2,43	2,84	3,98	5,14
1°	1,65	—	—	0,39	0,50
2		—	—	0,77	1,00
3		—	—	1,16	1,49
4		—	—	1,54	1,99
5		—	—	1,93	2,49
6		—	—	2,32	2,99
7		—	—	2,70	3,49
8		—	—	3,09	3,98
9		—	—	3,47	4,48
10		—	—	3,86	4,98

[1] gilt zugleich für das Prisma des kleinen Apparates nach Pulfrich, doch sind für diesen die Temperaturdifferenzen gegen 18° in Rechnung zu setzen.

Temperaturkorrektion für Prisma II^b pro Grad; Multipla (in Einheiten der fünften Dezimale von n);
zuzuzählen, wenn die Meßtemperatur über 20° liegt,
abzuziehen, „ „ „ unter 20° „

Celsiusgrade	n	C	D	F	G'
1°	1,45	0,84	0,94	—	—
2		1,68	1,88	—	—
3		2,52	2,82	—	—
4		3,36	3,76	—	—
5		4,20	4,70	—	—
6		5,04	5,64	—	—
7		5,88	6,58	—	—
8		6,72	7,52	—	—
9		7,56	8,46	—	—
10		8,40	9,40	—	—
1°	1,50	0,81	0,91	1,24	1,56
2		1,62	1,82	2,47	3,12
3		2,44	2,73	3,71	4,67
4		3,25	3,64	4,95	6,23
5		4,06	4,55	6,19	7,79
6		4,87	5,45	7,42	9,35
7		5,68	6,36	8,66	10,91
8		6,50	7,27	9,90	12,46
9		7,31	8,18	11,13	14,02
10		8,12	9,09	12,37	15,58
1°	1,55	0,79	0,88	1,20	1,51
2		1,57	1,76	2,39	3,01
3		2,36	2,64	3,59	4,52
4		3,14	3,52	4,79	6,03
5		3,93	4,40	5,99	7,54
6		4,72	5,27	7,18	9,04
7		5,50	6,15	8,48	10,55
8		6,29	7,03	9,57	12,06
9		7,07	7,91	10,77	13,56
10		7,86	8,79	11,97	15,07
1°	1,60	0,76	0,85	1,16	1,46
2		1,52	1,70	2,32	2,92
3		2,28	2,56	3,48	4,38
4		3,04	3,41	4,64	5,84
5		3,81	4,26	5,80	7,30
6		4,57	5,11	6,95	8,76
7		5,23	5,96	8,11	10,22
8		6,09	6,82	9,27	11,68
9		6,85	7,67	10,43	13,14
10		7,61	8,52	11,59	14,60

Celsiusgrade	n	C	D	F	G'
1°	1,65	0,74	0,83	1,12	1,42
2		1,48	1,65	2,25	2,83
3		2,21	2,48	3,37	4,25
5		2,95	3,30	4,50	5,66
4		3,69	4,13	5,62	7,08
6		4,43	4,96	6,74	8,50
7		5,17	5,78	7,87	9,91
8		5,90	6,61	8,99	11,33
9		6,64	7,43	10,12	12,74
10		7,38	8,26	11,24	14,16
1°	1,70	0,72	0,80	1,09	1,37
2		1,43	1,60	2,18	2,75
3		2,15	2,41	3,27	4,12
4		2,86	3,21	4,36	5,50
5		3,58	4,01	5,46	6,87
6		4,30	4,81	6,55	8,24
7		5,01	5,61	7,64	9,62
8		5,73	6,42	8,73	10,99
9		6,44	7,22	9,82	12,37
10		7,16	8,02	10,91	13,74
1°	1,75	0,70	0,78	1,06	1,34
2		1,39	1,56	2,12	2,67
3		2,09	2,34	3,18	4,01
4		2,78	3,12	4,24	5,34
5		3.48	3,90	5,30	6,68
6		4,18	4,67	6,36	8,01
7		4,87	5,45	7,42	9,35
8		5,57	6,23	8,48	10,68
9		6,26	7,01	9.54	12,02
10		6,96	7,79	10,60	13,35

Temperaturkorrektion für Prisma III^b pro Grad; Multipla (in Einheiten der fünften Dezimale von n); zuzuzählen, wenn die Meßtemperatur über 20° liegt, abzuziehen, „ „ „ unter 20° „

Celsiusgrade	n	C	D	F	G'
1°	1,65	1,18	1,40	—	—
2		2,37	2,80	—	—
3		3,55	4,19	—	—
4		4,73	5,59	—	—
5		5,92	6,99	—	—
6		7,10	8,39	—	—
7		8,28	9,79	—	—
8		9,46	11,18	—	—
9		10,65	12,58	—	—
10		11,83	13,98	—	—
1°	1,70	1,15	1,36	1,95	2,61
2		2,30	2,71	3,90	5,22
3		3,44	4,07	5,85	7,84
4		4,59	5,43	7,80	10,45
5		5,74	6,79	9,75	13,06
6		6,89	8,14	11,69	15,67
7		8,04	9,50	13,64	18,28
8		9,18	10,86	15,59	20,90
9		10,33	12,21	17,54	23,51
10		11,48	13,57	19,49	26,12
1°	1,75	1,12	1,32	1,89	2,54
2		2,23	2,64	3,79	5,07
3		3,35	3,95	5,68	7,61
4		4,46	5,27	7,57	10,15
5		5,58	6,59	9,47	12,69
6		6,69	7,91	11,36	15,22
7		7,81	9,23	13,25	17,76
8		8,92	10,54	15,14	20,30
9		10,04	11,86	17,04	23,83
10		11,15	13,18	18,93	25,37

Celsiusgrade	n	C	D	F	G'
1°	1,80	1,08	1,28	1,84	2,47
2		2,17	2,56	3,68	4,93
3		3,25	3,85	5,52	7,40
4		4,34	5,13	7,36	9,87
5		5,42	6,41	9,21	12,34
6		6,50	7,69	11,05	14,80
7		7,59	8,97	12,89	17,27
8		8,67	10,26	14,73	19,74
9		9,76	11,54	16,57	22,20
10		10,84	12,82	18,41	24,67
1°	1,85	1,06	1,25	1,79	2,40
2		2,11	2,49	3,58	4,80
3		3,17	3,74	5,37	7,20
4		4,22	4,99	7,16	9,60
5		5,28	6,24	8,96	12,00
6		6,33	7,48	10,75	14,40
7		7,39	8,73	12,54	16,80
8		8,44	9,98	14,33	19,20
9		9,50	11,22	16,12	21,60
10		10,55	12,48	17,91	24,00
1°	1,90	1,03	1,21	1,74	2,34
2		2,05	2,43	3,49	4,67
3		3,09	3,64	5,23	7,01
4		4,11	4,86	6,98	9,35
5		5,14	6,07	8,72	11,67
6		6,16	7,28	10,46	14,02
7		7,19	8,50	12,21	16,36
8		8,22	9,71	13,95	18,70
9		9,24	10,93	15,70	21,03
10		10,27	12,14	17,44	23,37

Tabelle D.

Prisma des Heeleschen Refraktometers.

$N_C^{18°} = 1{,}74689$	$\log N_C^{18°} = 0{,}242266$	$\log \frac{N_C^{18°}}{N_D^{18°}} = -\ 0{,}00195$
$N_D^{18°} = 1{,}75476$	$\log N_D^{18°} = 0{,}244218$	—
$N_F^{18°} = 1{,}77498$	$\log N_F^{18°} = 0{,}249194$	$\log \frac{N_F^{18°}}{N_D^{18°}} = +\ 0{,}00498$
$N_{G'}^{18°} = 1{,}79278$	$\log N_{G'}^{18°} = 0{,}253527$	$\log \frac{N_{G'}^{18°}}{N_D^{18°}} = +\ 0{,}00931$

Bei Beleuchtung mit Natriumlicht soll die Einstellung in Luft sein $r = 34° 44{,}5'$.

r	$\log \sin r$	$\log n_D$	n_D	Δn_D
47° 0′	9,86 413	0,10 835	1,28 335	
10′	530	952	682	347
20′	647	0,11 069	1,29 029	347
30′	763	185	376	347
40′	879	301	721	345
50′	993	415	1,30 062	341
				341
48° 0′	9,87 107	529	403	
10′	221	643	746	343
20′	334	756	1,31 088	342
30′	446	868	426	338
40′	557	979	762	336
50′	668	0,12 090	1,32 100	338
				333
49° 0′	778	200	433	
10′	887	309	767	334
20′	996	418	1,33 100	333
30′	9,88 105	527	434	334
40′	212	634	764	330
50′	319	741	1,34 094	330
				328
50° 0′	425	847	422	
10′	531	953	750	328
20′	636	0,13 058	1,35 076	326
30′	741	163	403	327
40′	844	266	725	322
50′	948	370	1,36 050	325
				320
51°	9,89 050	472	370	

r	$\log \sin r$	$\log n_D$	n_D	Δn_D
51° 0′	9,89 050	0,13 472	1,36 370	
10′	152	574	691	321
20′	254	676	1,37 012	321
30′	354	776	328	316
40′	455	877	648	320
50′	554	976	962	314
				315
52° 0′	653	0,14 075	1,38 277	
10′	752	174	592	315
20′	849	271	902	310
30′	947	369	1,39 216	314
40′	9,90 043	465	525	309
50′	139	561	832	307
				310
53° 0′	235	657	1,40 142	
10′	330	752	448	306
20′	424	846	755	307
30′	518	940	1,41 058	303
40′	611	0,15 033	361	303
50′	704	126	665	304
				300
54° 0′	796	218	965	
10′	887	309	1,42 263	298
20′	978	400	561	298
30′	9,91 069	491	860	299
40′	158	580	1,43 153	293
50′	248	670	450	297
				290
55°	336	758	740	

Prisma des Heeleschen Refraktometers.

$$\log \frac{N_C^{18°}}{N_D^{18°}} = -\,0{,}00195; \quad \log \frac{N_F^{18°}}{N_D^{18°}} = +\,0{,}00498; \quad \log \frac{N_{G'}^{18°}}{N_D^{18°}} = +\,0{,}00931.$$

n	log sin r	log n_D	n_D	Δn_D
55° 0′	9,91 336	0,15 758	1,43 740	
10′	425	847	1,44 036	296
20′	512	934	325	289
30′	599	0,16 021	613	288
40′	686	108	903	290
50′	772	194	1,45 190	287
				287
56° 0′	857	279	477	
10′	942	364	760	283
20′	9,92 027	449	1,46 047	287
30′	111	533	330	283
40′	194	616	610	280
50′	277	699	890	280
				277
57° 0′	359	781	1,47 167	
10′	441	863	445	278
20′	522	944	721	276
30′	603	0,17 025	996	275
40′	683	105	1,48 270	274
50′	763	185	541	271
				273
58° 0′	842	264	814	
10′	921	343	1,49 083	269
20′	999	421	352	269
30′	9,93 077	499	620	268
40′	154	576	886	266
50′	230	652	1,50 148	262
				266
59° 0′	307	729	414	
10′	382	804	676	262
20′	457	879	934	258
30′	532	954	1,51 196	262
40′	606	0,18 028	454	258
50′	680	102	711	257
				257
60° 0′	753	175	968	
10′	826	248	1,52 224	256
20′	898	320	476	252
30′	970	392	729	253
40′	9,94 041	463	979	250
50′	112	534	1,53 229	250
				247
61° 0′	182	604	476	
10′	252	674	723	247
20′	321	743	968	245
30′	390	812	1,54 214	246
40′	458	880	454	240
50′	526	948	696	242
				240
62°	593	0,19 015	936	

n	log sin r	log n_D	n_D	Δn_D
62° 0′	9,94 593	0,19 015	1,54 936	
10′	660	082	1,55 175	239
20′	727	149	414	239
30′	793	215	650	236
40′	858	280	882	232
50′	923	345	1,56 118	236
				232
63° 0′	988	410	350	
10′	9,95 052	474	582	232
20′	116	538	811	229
30′	179	601	1,57 039	228
40′	242	664	268	229
50′	304	726	493	225
				225
64° 0′	366	788	718	
10′	427	849	939	221
20′	488	910	1,58 161	222
30′	549	971	384	223
40′	609	0,20 031	602	218
50′	668	090	818	216
				219
65° 0′	728	150	1,59 037	
10′	786	208	250	213
20′	844	266	463	213
30′	902	324	678	215
40′	960	382	889	211
50′	9,96 017	439	1,60 100	211
				207
66° 0′	073	495	307	
10′	129	551	511	204
20′	185	607	719	208
30′	240	662	924	205
40′	294	716	1,61 124	200
50′	349	771	328	204
				202
67° 0′	403	825	530	
10′	456	878	726	196
20′	509	931	924	198
30′	562	984	1,62 121	197
40′	614	0,21 036	315	194
50′	665	087	507	192
				193
68° 0′	717	139	700	
10′	767	189	889	189
20′	818	240	1,63 080	191
30′	868	290	268	188
40′	917	339	452	184
50′	966	388	637	185
				185
69°	9,97 015	437	822	

Prisma des Heeleschen Refraktometers.

$$\log \frac{N_C^{18^0}}{N_D^{18^0}} = -\,0{,}00195; \quad \log \frac{N_F^{18^0}}{N_D^{18^0}} = +\,0{,}00498; \quad \log \frac{N_{G'}^{18^0}}{N_D^{18^0}} = +\,0{,}00931;$$

r	$\log \sin r$	$\log n_D$	n_D	Δn_D
69° 0′	9,97 015	0,21 437	1,63 822	
10′	063	485	1,64 004	182
20′	111	533	185	181
30′	159	581	365	180
40′	206	628	543	178
50′	252	674	718	175
70° 0′	299	721	896	178
10′	344	766	1,65 067	171
20′	390	812	242	175
30′	435	857	413	171
40′	479	901	581	168
50′	523	945	750	169
71° 0′	567	989	915	165
10′	610	0,22 032	1,66 081	166
20′	653	075	246	165
30′	696	118	410	164
40′	738	160	571	161
50′	779	201	729	158
72° 0′	821	243	886	157
10′	861	283	1,67 044	158
20′	902	324	200	156
30′	942	364	355	155
40′	982	404	511	156
50′	9,98 021	443	662	151
73° 0′	060	482	811	149
10′	098	520	958	147
20′	136	558	1,68 104	146
30′	174	596	252	148
40′	211	633	396	144
50′	248	670	538	142
74° 0′	284	706	677	139
10′	320	742	819	142
20′	356	778	958	139
30′	391	813	1,69 095	137
40′	426	848	231	136
50′	460	882	364	133
75° 0′	494	916	496	132
10′	528	950	628	132
20′	561	983	758	130
30′	594	0,23 016	888	130
40′	627	049	1,70 016	128
50′	659	081	142	126
76°	690	112	264	122

r	$\log \sin r$	$\log n_D$	n_D	Δn_D
76° 0′	9,98 690	0,23 112	1,70 264	
10′	722	144	389	125
20′	753	175	511	122
30′	783	205	628	117
40′	813	235	746	118
50′	843	265	864	118
77° 0′	872	294	977	113
10′	901	323	1,71 092	115
20′	930	352	206	114
30′	958	380	317	109
40′	986	408	428	111
50′	9,99 013	435	535	107
78° 0′	040	462	641	106
10′	067	489	747	106
20′	093	515	850	103
30′	119	541	952	102
40′	145	567	1,72 056	104
50′	170	592	156	100
79° 0′	195	617	254	98
10′	219	641	348	94
20′	243	665	444	96
30′	267	689	540	96
40′	290	712	632	92
50′	313	735	724	92
80° 0′	335	757	812	88
10′	357	779	900	88
20′	379	801	985	85
30′	400	822	1,73 068	83
40′	421	843	152	84
50′	442	864	236	84
81° 0′	462	884	316	80
10′	482	904	396	80
20′	501	923	472	76
30′	520	942	548	76
40′	539	961	624	76
50′	557	979	696	72
82° 0′	575	997	768	72
10′	593	0,24 015	840	72
20′	610	032	908	68
30′	627	049	976	68
40′	643	065	1,74 040	64
50′	659	081	104	64
83°	675	097	168	64

Prisma des Heeleschen Refraktometers.

$$\log \frac{N_C^{18°}}{N_D^{18°}} = -\,0{,}00195; \quad \log \frac{N_F^{18°}}{N_D^{18°}} = +\,0{,}00498; \quad \log \frac{N_{G'}^{18°}}{N_D^{18°}} = +\,0{,}00931.$$

r	$\log \sin r$	$\log n_D$	n_D	Δn_D
83° 0′	9,99 675	0,24 097	1,74 168	
10′	690	112	228	60
20′	705	127	288	60
30′	720	142	348	60
40′	734	156	404	56
50′	748	170	461	57
				53
84° 0′	761	183	514	
10′	775	197	570	56
20′	787	209	619	49
30′	800	222	671	52
40′	812	234	720	49
50′	823	245	764	44
				44
85°	834	256	808	

r	$\log \sin r$	$\log n_D$	n_D	Δn_D
85° 0′	9,99 834	0,24 256	1,74 808	
10′	845	267	852	44
20′	856	278	896	44
30′	866	288	936	40
40′	876	298	976	40
50′	885	307	1,75 012	36
				36
86° 0′	894	316	048	
10′	903	325	084	36
20′	911	333	117	33
30′	919	341	150	33
40′	926	348	178	28
50′	934	356	210	32
				25
87°	940	362	235	

Tabelle E.

Einige **Multipla der Atomgewichte** der für Refraktions- und Dispersionsbestimmungen wichtigen Elemente.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Br	79,92	159,84	239,76	319,68	399,60	459,52	—	—	—	—	—	—	—	—	—
C	12,00	24,00	36,00	48,00	60,00	72,00	84,00	96,00	108,00	120,00	132,00	144,00	156,00	168,00	180,00
Cl	35,46	70,92	106,38	141,84	177,30	212,76	—	—	—	—	—	—	—	—	—
H	1,01	2,02	3,02	4,03	5,04	6,05	7,06	8,06	9,07	10,08	11,09	12,10	13,10	14,11	15,12
J	126,92	253,84	380,76	507,68	634,60	761,52	—	—	—	—	—	—	—	—	—
N	14,01	28,02	42,03	56,04	70,05	84,06	—	—	—	—	—	—	—	—	—
O	16,00	32,00	48,00	64,00	80,00	96,00	112,00	128,00	144,00	160,00	—	—	—	—	—

	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
C	192,00	204,00	216,00	228,00	240,00	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
H	16,13	17,14	18,14	19,15	20,16	21,17	22,18	23,18	24,19	25,20	26,21	27,22	28,22	29,23	30,24

Tabelle F.

Atomrefraktionen.

		H_α	D	H_β	H_γ	$H_\beta - H_\alpha$	$H_\gamma - H_\alpha$
Gruppe CH_2 . . .	CH_2	4,598	4,618	4,668	4,710	0,071	0,113
Kohlenstoff	C	2,413	2,418	2,438	2,466	0,025	0,056
Wasserstoff	H	1,092	1,100	1,115	1,122	0,023	0,029
Carbonylsauerstoff .	O''	2,189	2,211	2,247	2,267	0,057	0,078
Äthersauerstoff . .	$O<$	1,639	1,643	1,649	1,662	0,012	0,019
Hydroxylsauerstoff .	O'	1,522	1,525	1,531	1,541	0,006	0,015
Chlor	Cl	5,933	5,967	6,043	6,101	0,107	0,168
Brom	Br	8,803	8,865	8,999	9,152	0,211	0,340
Jod	J	13,757	13,900	14,224	14,521	0,482	0,775
Äthylenbindung . .	$\overline{\vert}$	1,686	1,733	1,824	1,893	0,138	0,200
Acetylenbindung . .	$\overline{\overline{\vert}}$	2,328	2,398	2,506	2,538	0,139	0,171
Stickstoff in primärem aliphat. Amin[1] .	$N{-}c$	2,309	2,322	2,368	2,397	0,059	0,086
Stickstoff in sekundärem aliphat. Amin	$N{-}(c)_2$	2,475	2,499	2,561	2,603	0,086	0,119
Stickstoff in tertiärem aliphat. Amin . .	$N{-}(c)_3$	2,807	2,840	2,940	3,000	0,133	0,186
Nitrilstickstoff[2] . .	$N{\equiv}C$	3,054	3,070	3,108	3,129	0,055	0,065

[1] Will man für stickstoffhaltige Substanzen Spezialwerte, z. B. Stickstoff in Säureamiden benutzen, so ist auf die Brühlsche Zusammenstellung in den Tabellen von Landolt-Börnstein, III. Aufl. S. 264, zu verweisen.

[2] Die Äquivalente für Nitrilstickstoff enthalten gleichzeitig den auf Kosten der dreifachen Stickstoff-Kohlenstoff-Bindung einzusetzenden Wert.

Tabelle G.

Einige Multipla der wichtigsten Atomrefraktionen.

Kohlenstoff (C_1—C_{20}).

	H_α	D	H_β	H_γ	$H_\beta - H_\alpha$	$H_\gamma - H_\alpha$
C_1	2,413	2,418	2,438	2,466	0,025	0,056
C_2	4,826	4,836	4,875	4,931	0,050	0,113
C_3	7,239	7,254	7,313	7,397	0,075	0,169
C_4	9,652	9,672	9,750	9,862	0,100	0,226
C_5	12,065	12,090	12,188	12,328	0,125	0,282
C_6	14,477	14,508	14,625	14,793	0,149	0,338
C_7	16,890	16,926	17,063	17,259	0,174	0,395
C_8	19,303	19,344	19,500	19,724	0,199	0,451
C_9	21,716	21,762	21,938	22,190	0,224	0,508
C_{10}	24,129	24,180	24,375	24,655	0,249	0,564
C_{11}	26,542	26,598	26,813	27,121	0,274	0,620
C_{12}	28,955	29,016	29,250	29,586	0,299	0,677
C_{13}	31,368	31,434	31,688	32,052	0,324	0,733
C_{14}	33,781	33,852	34,125	34,517	0,349	0,790
C_{15}	36,194	36,270	36,563	36,983	0,374	0,846
C_{16}	38,606	38,688	39,000	39,448	0,398	0,902
C_{17}	41,019	41,106	41,438	41,914	0,423	0,959
C_{18}	43,432	43,524	43,875	44,379	0,448	1,015
C_{19}	45,845	45,942	46,313	46,845	0,473	1,072
C_{20}	48,258	48,360	48,750	49,310	0,498	1,128

Wasserstoff (H_1—H_{30}).

H_1	1,092	1,100	1,115	1,122	0,023	0,029
H_2	2,185	2,200	2,231	2,245	0,046	0,057
H_3	3,277	3,300	3,346	3,367	0,068	0,086
H_4	4,370	4,400	4,461	4,489	0,091	0,114
H_5	5,462	5,500	5,577	5,612	0,114	0,145
H_6	6,554	6,599	6,692	6,734	0,137	0,170
H_7	7,647	7,699	7,807	7,857	0,160	0,202
H_8	8,739	8,799	8,922	8,979	0,182	0,231
H_9	9,832	9,899	10,038	10,102	0,205	0,260
H_{10}	10,924	10,999	11,153	11,224	0,228	0,289
H_{11}	12,016	12,099	12,268	12,346	0,251	0,318
H_{12}	13,109	13,199	13,384	13,469	0,274	0,347
H_{13}	14,201	14,299	14,499	14,591	0,296	0,376
H_{14}	15,294	15,399	15,614	15,713	0,319	0,405
H_{15}	16,386	16,499	16,730	16,836	0,342	0,434
H_{16}	17,478	17,598	17,845	17,958	0,365	0,462
H_{17}	18,571	18,698	18,960	19,081	0,388	0,491
H_{18}	19,663	19,798	20,075	20,203	0,410	0,520
H_{19}	20,755	20,898	21,191	21,326	0,433	0,549
H_{20}	21,848	21,998	22,306	22,448	0,456	0,578
H_{21}	22,940	23,098	23,421	23,570	0,479	0,607
H_{22}	24,034	24,198	24,537	24,693	0,502	0,636
H_{23}	25,126	25,298	25,652	25,815	0,524	0,665
H_{24}	26,218	26,398	26,767	26,938	0,547	0,694
H_{25}	27,310	27,498	27,883	28,060	0,570	0,723

Wasserstoff (H_1—H_{30}). (Fortsetzung.)

	H_α	D	H_β	H_γ	$H_\beta - H_\alpha$	$H_\gamma - H_\beta$
H_{26}	28,402	28,597	28,998	29,182	0,593	0,751
H_{27}	29,495	29,697	30,113	30,305	0,616	0,780
H_{28}	30,587	30,797	31,228	31,427	0,638	0,809
H_{29}	31,680	31,897	32,344	32,550	0,661	0,838
H_{30}	32,772	32,997	33,459	33,672	0,684	0,867
			Carbonyl-Sauerstoff (O_1''—O_5'').			
O_1''	2,189	2,211	2,247	2,267	0,057	0,078
O_2''	4,379	4,422	4,494	4,535	0,113	0,157
O_3''	6,568	6,633	6,741	6,802	0,170	0,236
O_4''	8,758	8,844	8,988	9,069	0,226	0,314
O_5''	10,947	11,055	11,235	11,337	0,283	0,392
			Äther-Sauerstoff ($O_1^<$—$O_5^<$).			
$O_1^<$	1,639	1,643	1,648	1,662	0,012	0,019
$O_2^<$	3,279	3,285	3,297	3,324	0,025	0,039
$O_3^<$	4,918	4,928	4,946	4,987	0,037	0,058
$O_4^<$	6,558	6,571	6,594	6,649	0,049	0,078
$O_5^<$	8,197	8,214	8,243	8,311	0,062	0,097
			Hydroxyl-Sauerstoff (O_1'—O_5').			
O_1'	1,522	1,525	1,531	1,541	0,006	0,015
O_2'	3,044	3,049	3,063	3,082	0,013	0,030
O_3'	4,566	4,574	4,594	4,623	0,019	0,044
O_4'	6,088	6,098	6,125	6,164	0,026	0,059
O_5'	7,610	7,623	7,657	7,705	0,032	0,074
			Sauerstoff der Estergruppe.			
$(O''O^<)_1$	3,829	3,854	3,896	3,930	0,069	0,098
$(O''O^<)_2$	7,658	7,707	7,791	7,859	0,138	0,196
$(O''O^<)_3$	11,486	11,561	11,687	11,789	0,207	0,293
$(O''O^<)_4$	15,315	15,415	15,582	15,718	0,276	0,391
			Sauerstoff der Carboxylgruppe.			
$(O''O')_1$	3,711	3,736	3,778	3,808	0,063	0,093
$(O''O')_2$	7,423	7,471	7,557	7,616	0,126	0,186
$(O''O')_3$	11,134	11,207	11,335	11,425	0,189	0,280
$(O''O')_4$	14,846	14,942	15,113	15,233	0,252	0,373
			Chlor.			
Cl_1	5,933	5,967	6,043	6,101	0,107	0,168
Cl_2	11,867	11,935	12,085	12,202	0,214	0,336
Cl_3	17,800	17,902	18,128	18,302	0,322	0,504
Cl_4	23,733	23,869	24,170	24,403	0,429	0,672
			Brom.			
Br_1	8,803	8,865	8,999	9,152	0,211	0,340
Br_2	17,605	17,730	17,998	18,304	0,422	0,680

Äthylenbindung.

	H_α	D	H_β	H_γ	$H_\beta - H_\alpha$	$H_\gamma - H_\alpha$
$\overline{=}_1$	1,686	1,733	1,824	1,893	0,138	0,200
$\overline{=}_2$	3,371	3,466	3,647	3,787	0,275	0,401
$\overline{=}_3$	5,057	5,199	5,471	5,680	0,413	0,601
$\overline{=}_4$	6,743	6,932	7,294	7,574	0,551	0,801
$\overline{=}_5$	8,429	8,665	9,118	9,467	0,689	1,002
$\overline{=}_6$	10,114	10,397	10,941	11,360	0,826	1,202
$\overline{=}_7$	11,800	12,130	12,765	13,254	0,964	1,402
$\overline{=}_8$	13,486	13,863	14,588	15,147	1,138	1,602

Gruppenwerte.

CH_2	4,598	4,618	4,668	4,710	0,071	0,113
$(CH_2)_2$	9,195	9,236	9,336	9,420	0,141	0,226
$(CH_2)_3$	13,793	13,853	14,004	14,131	0,212	0,340
$(CH_2)_4$	18,391	18,471	18,672	18,841	0,282	0,453
$(CH_2)_5$	22,989	23,089	23,341	23,551	0,353	0,572
$(CH_2)_6$	27,587	27,707	28,009	28,261	0,424	0,686
CH_3	5,690	5,718	5,784	5,833	0,093	0,142
C_2H_5	10,288	10,336	10,452	10,543	0,164	0,255
C_3H_7	14,886	14,953	15,120	15,253	0,234	0,369
C_4H_9	19,483	19,571	19,788	19,963	0,305	0,482
C_5H_{11}	24,081	24,189	24,556	24,673	0,375	0,595
$C_6H_5\overline{=}_3$	24,996	25,206	25,673	26,085	0,676	1,084
$C_6H_4\overline{=}_3$	23,904	24,106	24,558	24,963	0,653	1,054
$C_6H_3\overline{=}_3$	22,881	23,007	23,442	23,840	0,630	1,025
$C_6H_2\overline{=}_3$	21,719	21,907	22,327	22,718	0,607	0,996
$(C_6H_5\overline{=}_3)_2$	49,992	50,412	51,346	52,170	1,352	2,168
$C_{10}H_{16}\overline{=}_2$	44,978	45,244	45,867	46,400	0,889	1,427
H_2 minus Äthylenbindung	0,499	0,467	0,407	0,352	−0,092	−0,143

Tabelle H.

Fünfstellige dekadische

Logarithmen

von

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2}$$

für $n = 1{,}3000$ bis $1{,}7199$

mit Proportionalteilen.

Die Kennziffer sämtlicher Logarithmen ist

$\underline{0,} \ldots \underline{-1.}$

Ein Sternchen vor den letzten drei Ziffern bedeutet, daß sie zu den ersten zwei Ziffern der nächsten Zeile gehören!

Logarithmen von $\frac{n^2-1}{n^2+2}$ $n = 1{,}3000$ bis $1{,}3349$

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.
1,300	27 182	196	209	222	235	249	262	275	289	302	14
1,301	315	328	342	355	368	381	395	408	421	434	1 1,4
1,302	447	461	474	487	500	513	527	540	553	566	2 2,8
1,303	579	592	605	619	632	645	658	671	684	697	3 4,2
1,304	710	724	737	750	763	776	789	802	815	828	4 5,6
1,305	842	855	868	881	894	907	920	933	946	959	5 7,0
1,306	972	985	998	*011	*024	*037	*050	*063	*076	*089	6 8,4
1,307	28 102	115	128	141	154	167	179	192	205	218	7 9,8
1,308	231	244	257	270	283	296	309	332	334	347	8 11,2
1,309	360	373	386	399	411	424	437	450	463	476	9 12,6
1,310	489	501	514	527	540	553	565	578	591	604	13
1,311	617	629	642	655	668	680	693	706	719	732	1 1,3
1,312	744	757	770	782	795	808	821	833	846	859	2 2,6
1,313	871	884	897	909	922	935	947	960	973	985	3 3,9
1,314	998	*011	*023	*086	*049	*061	*074	*087	*099	*112	4 5,2
1,315	29 124	137	150	162	175	187	200	212	225	238	5 6,5
1,316	250	263	275	288	300	313	325	338	350	363	6 7,8
1,317	375	388	400	413	425	438	450	463	475	488	7 9,1
1,318	500	513	525	538	550	563	575	587	600	612	8 10,4
1,319	625	637	650	662	674	687	699	712	724	736	9 11,7
1,320	749	761	773	786	798	811	823	835	848	860	12
1,321	873	885	897	909	922	934	946	959	971	983	1 1,2
1,322	996	*008	*020	*032	*045	*057	*069	*081	*094	*106	2 2,4
1,323	30 118	131	143	155	167	179	192	204	216	228	3 3,6
1,324	240	253	265	277	289	301	314	326	338	350	4 4,8
1,325	362	374	387	399	411	423	435	448	460	472	5 6,0
1,326	484	496	508	520	532	544	557	569	581	593	6 7,2
1,327	605	617	629	641	653	665	677	689	701	713	7 8,4
1,328	726	738	750	762	774	786	798	810	822	834	8 9,6
1,329	846	858	870	882	894	906	918	930	942	954	9 10,8
1,330	966	978	989	*001	*013	*025	*037	*049	*061	*073	11
1,331	31 085	097	109	121	133	144	156	168	180	192	1 1,1
1,332	204	216	228	240	251	263	275	287	299	311	2 2,2
1,333	323	334	346	358	370	382	393	405	417	429	3 3,3
1,334	441	452	464	476	488	500	511	523	535	547	4 4,4
											5 5,5
											6 6,6
											7 7,7
											8 8,8
											9 9,9
n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.

Logarithmen von $\frac{n^2-1}{n^2+2}$ $n = 1{,}3350$ bis $1{,}3699$

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.
1,335	31 558	570	582	594	605	617	629	641	652	664	
1,336	676	688	699	711	723	734	746	758	770	781	
1,337	793	804	816	828	840	851	863	875	886	898	
1,338	909	921	933	944	956	968	979	991	*002	*014	12
1,339	32 026	037	049	060	072	084	095	107	118	130	1 1,2
1,340	141	153	165	176	188	199	211	222	234	245	2 2,4
1,341	257	268	280	291	303	314	326	337	349	360	3 3,6
1,342	372	383	395	406	418	429	441	452	464	475	4 4,8
1,343	487	498	509	521	532	544	555	567	578	590	5 6,0
1,344	601	612	624	635	646	658	669	681	692	703	6 7,2
1,345	715	726	738	749	760	772	783	794	806	817	7 8,4
1,346	828	840	851	862	874	885	896	908	919	930	8 9,6
1,347	942	953	964	975	987	998	*009	*020	*032	*043	9 10,8
1,348	33 054	066	077	088	099	111	122	133	144	155	
1,349	167	178	189	200	212	223	234	245	256	268	11
1,350	279	290	301	312	324	335	346	357	368	379	1 1,1
1,351	390	402	413	424	435	446	457	468	480	491	2 2,2
1,352	502	513	524	535	546	557	568	580	591	602	3 3,3
1,353	613	624	635	646	657	668	679	690	701	712	4 4,4
1,354	723	734	745	756	767	779	790	801	812	823	5 5,5
1,355	834	845	856	867	878	889	900	911	922	933	6 6,6
1,356	944	955	966	977	988	999	*010	*020	*031	*042	7 7,7
1,357	34 053	064	075	086	097	108	119	130	141	152	8 8,8
1,358	162	173	184	195	206	217	228	239	250	260	9 9,9
1,359	271	282	293	304	315	326	336	347	358	369	
1,360	380	391	401	412	423	434	445	456	467	477	10
1,361	488	499	510	521	531	542	553	564	574	585	1 1,0
1,362	596	607	617	628	639	650	661	671	682	693	2 2,0
1,363	703	714	725	736	746	757	768	778	789	800	3 3,0
1,364	811	821	832	843	853	864	875	885	896	907	4 4,0
1,365	917	928	939	949	960	971	981	992	*002	*013	5 5,0
1,366	35 024	034	045	056	066	077	087	098	109	119	6 6,0
1,367	130	141	151	162	172	183	193	204	215	225	7 7,0
1,368	236	246	257	268	278	289	299	310	320	331	8 8,0
1,369	341	352	362	373	383	394	404	415	426	436	9 9,0
n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.

Logarithmen von $\frac{n^2-1}{n^2+2}$ $n = 1{,}3700$ bis $1{,}4049$

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.
1,370	35 447	457	468	478	489	499	510	520	531	541	
1,371	551	562	572	583	593	604	614	625	635	645	
1,372	656	666	677	687	698	708	719	729	739	750	
1,373	760	770	781	791	802	812	822	833	843	854	11
1,374	864	874	885	895	906	916	926	936	947	957	1 1,1
1,375	968	978	988	999	*009	*019	*030	*040	*050	*060	2 2,2
1,376	36 071	081	091	102	112	122	133	143	153	163	3 3,3
1,377	174	184	194	204	215	225	235	246	256	266	4 4,4
1,378	276	286	297	307	317	328	338	348	358	368	5 5,5
1,379	379	389	399	409	419	430	440	450	460	471	6 6,6
1,380	481	491	501	511	521	532	542	552	562	572	7 7,7
1,381	582	592	603	613	623	633	643	653	663	674	8 8,8
1,382	684	694	704	714	724	734	744	754	765	775	9 9,9
1,383	785	795	805	815	825	835	845	855	865	876	
1,384	886	896	906	916	926	936	946	956	966	976	10
1,385	986	996	*006	*016	*026	*036	*046	*056	*066	*076	1 1,0
1,386	37 086	096	106	116	126	136	146	156	166	176	2 2,0
1,387	186	196	206	216	226	236	246	256	266	276	3 3,0
1,388	286	295	305	315	325	335	345	355	365	375	4 4,0
1,389	385	395	405	415	424	434	444	454	464	474	5 5,0
1,390	484	494	504	513	523	533	543	553	563	573	6 6,0
1,391	582	592	602	612	622	632	641	651	661	671	7 7,0
1,392	681	691	701	710	720	730	740	750	759	769	8 8,0
1,393	779	789	799	808	818	828	838	847	857	867	9 9,0
1,394	877	886	896	906	916	925	935	945	955	965	
1,395	974	984	994	*004	*013	*023	*033	*042	*052	*062	9
1,396	38 072	081	091	101	110	120	129	139	149	159	1 0,9
1,397	169	178	188	198	207	217	227	236	246	256	2 1,8
1,398	265	275	284	294	304	313	323	333	342	352	3 2,7
1,399	361	371	381	390	400	410	419	429	438	448	4 3,6
1,400	458	467	477	486	496	506	515	525	534	544	5 4,5
1,401	553	563	573	582	592	601	611	620	630	639	6 5,4
1,402	649	658	668	678	687	697	706	716	725	735	7 6,3
1,403	744	754	763	773	782	792	801	811	820	830	8 7,2
1,404	839	849	858	868	877	887	896	906	915	925	9 8,1
n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.

Logarithmen von $\frac{n^2-1}{n^2+2}$ $n = 1{,}4050$ bis $1{,}4399$

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,405	38 934	943	953	962	972	981	991	*000	*010	*019
1,406	39 028	038	047	057	066	076	085	094	104	113
1,407	123	132	141	151	160	170	179	188	198	207
1,408	216	226	235	245	254	263	273	282	291	301
1,409	310	319	329	338	348	357	366	376	385	394
1,410	403	413	422	432	441	450	459	469	478	487
1,411	497	506	515	524	534	543	552	562	571	580
1,412	589	599	608	617	627	636	645	654	664	673
1,413	682	691	700	710	719	728	737	747	756	765
1,414	774	783	793	802	811	820	830	839	848	857
1,415	866	876	885	894	903	912	921	931	940	949
1,416	958	967	977	986	995	*004	*013	*022	*031	*040
1,417	40 050	059	068	077	086	095	105	114	123	132
1,418	141	150	159	168	177	187	196	205	214	223
1,419	232	241	250	259	268	277	286	296	305	314
1,420	323	332	341	350	359	368	377	386	395	404
1,421	413	422	431	440	449	458	467	477	486	495
1,422	504	513	522	531	540	549	558	567	576	585
1,423	594	603	612	621	630	639	647	656	665	674
1,424	683	692	701	710	719	728	737	746	755	764
1,425	773	782	791	800	809	818	826	835	844	853
1,426	862	871	880	889	898	907	916	924	933	942
1,427	951	960	969	978	987	996	*004	*013	*022	*031
1,428	41 040	049	058	067	076	084	093	102	111	120
1,429	128	137	146	155	164	173	181	190	199	208
1,430	217	226	234	243	252	261	270	278	287	296
1,431	305	314	322	331	340	349	357	366	375	384
1,432	392	401	410	419	428	436	445	454	463	471
1,433	480	489	498	506	515	524	533	541	550	559
1,434	567	576	585	594	602	611	620	628	637	646
1,435	655	663	672	681	689	698	707	715	724	733
1,436	741	750	759	767	776	785	794	802	811	819
1,437	828	837	845	854	863	871	880	888	897	906
1,438	914	923	932	940	949	958	966	975	983	992
1,439	42 001	009	018	026	035	043	052	061	069	078

P. P.	
	10
1	1,0
2	2,0
3	3,0
4	4,0
5	5,0
6	6,0
7	7,0
8	8,9
9	9,0
	9
1	0,9
2	1,8
3	2,7
4	3,6
5	4,5
6	5,4
7	6,3
8	7,2
9	8,1
	8
1	0,8
2	1,6
3	2,4
4	3,2
5	4,0
6	4,8
7	5,6
8	6,4
9	7,2

n 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 P. P.

Logarithmen von $\frac{n^2-1}{n^2+2}$ $n = 1{,}4400$ bis $1{,}4749$

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.
1,440	42 086	095	104	112	121	129	138	146	155	163	
1,441	172	181	189	198	206	215	223	232	240	249	
1,442	258	266	275	283	292	300	309	317	326	334	
1,443	343	351	360	368	377	385	394	402	411	419	9
1,444	428	436	445	453	462	470	479	487	496	504	1 0,9
1,445	512	521	529	538	546	555	563	572	580	589	2 1,8
1,446	597	606	614	622	631	639	648	656	665	673	3 2,7
1,447	681	690	698	707	715	723	732	740	749	757	4 3,6
1,448	765	774	782	791	799	807	816	824	833	841	5 4,5
1,449	849	858	866	875	883	891	900	908	916	925	6 5,4
1,450	933	941	950	958	966	975	983	992	*000	*008	7 6,3
1,451	43 017	025	033	042	050	058	067	075	083	092	8 7,2
1,452	100	108	116	125	133	141	150	158	166	174	9 8,1
1,453	183	191	199	207	216	224	232	240	249	257	
1,454	265	274	282	290	298	307	315	323	331	340	8
1,455	348	356	364	373	381	389	397	406	414	422	1 0,8
1,456	430	439	447	455	463	471	480	488	496	504	2 1,6
1,457	512	521	529	537	545	553	562	570	578	586	3 2,4
1,458	594	602	611	619	627	635	643	652	660	668	4 3,2
1,459	676	684	692	701	709	717	725	733	741	750	5 4,0
1,460	757	766	774	782	790	798	806	814	823	831	6 4,8
1,461	839	847	855	863	871	879	887	896	904	912	7 5,6
1,462	920	928	936	944	952	960	968	976	984	993	8 6,4
1,463	44 001	009	017	025	033	041	049	057	065	073	9 7,2
1,464	081	089	097	105	113	122	130	138	146	154	
1,465	162	170	178	186	194	202	210	218	226	234	7
1,466	242	250	258	266	274	282	292	298	306	314	1 0,7
1,467	322	330	338	346	354	362	370	378	386	394	2 1,4
1,468	402	410	418	426	434	442	450	458	466	473	3 2,1
1,469	481	489	497	505	513	521	529	537	545	553	4 2,8
1,470	561	569	577	585	592	600	608	616	624	632	5 3,5
1,471	640	648	656	664	672	679	687	695	703	711	6 4,2
1,472	719	727	735	743	751	758	766	774	782	790	7 4,9
1,473	798	806	813	821	829	837	845	853	861	868	8 5,6
1,474	876	884	892	900	908	916	923	931	939	947	9 6,3
n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.

Logarithmen von $\frac{n^2-1}{n^2+2}$ $n = 1{,}4750$ bis $1{,}5099$

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.
1,475	44 955	962	970	978	986	994	*002	*010	*017	*025	
1,476	45 033	041	049	056	064	072	080	088	095	103	
1,477	111	119	126	134	142	150	158	165	173	181	
1,478	189	196	204	212	220	228	235	243	251	259	
1,479	266	274	282	289	297	305	313	321	328	336	
1,480	344	352	359	367	375	382	390	398	406	413	
1,481	421	429	436	444	452	459	467	475	483	490	
1,482	498	506	513	521	529	536	544	552	560	567	8
1,483	575	583	590	598	606	613	621	629	636	644	1 0,8
1,484	651	659	667	674	682	690	697	705	713	720	2 1,6
1,485	728	736	743	751	758	766	774	781	789	797	3 2,4
1,486	804	812	819	827	835	842	850	857	865	873	4 3,2
1,487	880	888	895	903	911	918	926	933	941	949	5 4,0
1,488	956	964	971	979	986	994	*001	*009	*017	*024	6 4,8
1,489	46 032	039	047	054	062	069	077	085	092	100	7 5,6
1,490	107	115	122	130	137	145	152	160	168	175	8 6,4
1,491	183	190	198	205	213	220	228	235	243	250	9 7,2
1,492	258	265	273	280	288	295	303	310	318	325	
1,493	333	340	348	355	363	370	378	385	393	400	
1,494	408	415	422	430	437	445	452	460	467	475	
1,495	482	489	497	504	512	519	527	534	542	549	
1,496	556	564	571	579	586	593	601	608	616	623	
1,497	631	638	645	653	660	668	675	682	690	697	7
1,498	705	712	720	727	734	741	749	756	764	771	1 0,7
1,499	778	786	793	801	808	815	823	830	837	845	2 1,4
1,500	852	859	867	874	882	889	896	904	911	918	3 2,1
1,501	926	933	940	948	955	962	970	977	984	992	4 2,8
1,502	999	*006	*014	*021	*028	*036	*043	*050	*057	*065	5 3,5
1,503	47 072	079	087	094	101	109	116	123	130	138	6 4,2
1,504	145	152	160	167	174	181	189	196	203	210	7 4,9
1,505	218	225	232	240	247	254	261	269	276	283	8 5,6
1,506	290	298	305	312	319	327	334	342	349	356	9 6,3
1,507	363	370	377	385	392	399	406	413	421	428	
1,508	435	442	450	457	464	471	478	486	493	500	
1,509	507	514	521	529	536	543	550	557	565	572	
n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.

Logarithmen von $\frac{n^2-1}{n^2+2}$ $n = 1{,}5100$ bis $1{,}5449$

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.
1,510	47 579	586	593	601	608	615	622	629	636	644	
1,511	651	658	665	672	679	687	694	701	708	715	
1,512	722	729	737	744	751	758	765	772	779	787	
1,513	794	801	808	815	822	829	836	844	851	858	8
1,514	865	872	879	886	893	900	908	915	922	929	1 0,8
1,515	936	943	950	957	964	971	978	986	993	*000	2 1,6
1,516	48 007	014	021	028	035	042	049	056	063	070	3 2,4
1,517	078	085	092	099	106	113	120	127	134	141	4 3,2
1,518	148	155	162	169	176	183	190	197	204	211	5 4,0
1,519	218	225	232	239	246	254	261	268	275	282	6 4,8
1,520	289	296	303	310	317	324	331	338	345	352	7 5,6
1,521	359	366	373	380	387	394	401	408	415	422	8 6,4
1,522	429	436	443	450	457	463	470	477	484	491	9 7,2
1,523	498	505	512	519	526	533	540	547	554	561	
1,524	568	575	582	589	596	603	609	616	623	630	
1,525	637	644	651	658	665	672	679	686	693	699	7
1,526	706	713	720	727	734	741	748	755	762	769	1 0,7
1,527	775	782	789	796	803	810	817	824	831	837	2 1,4
1,528	844	851	858	865	872	879	886	892	899	906	3 2,1
1,529	913	920	927	933	940	947	954	961	968	975	4 2,8
1,530	982	988	995	*002	*009	*016	*023	*030	*036	*043	5 3,5
1,531	49 050	057	064	071	077	084	091	098	105	112	6 4,2
1,532	118	125	132	139	146	152	159	166	173	180	7 4,9
1,533	187	193	200	207	214	220	227	234	241	248	8 5,6
1,534	254	261	268	275	282	288	295	302	309	315	9 6,3
1,535	322	329	336	342	349	356	363	369	376	383	6
1,536	390	396	403	410	417	423	430	437	444	450	1 0,6
1,537	457	464	471	477	484	491	498	504	511	517	2 1,2
1,538	525	531	538	545	552	558	565	572	578	585	3 1,8
1,539	592	598	605	612	618	625	632	639	645	652	4 2,4
1,540	659	665	672	679	685	692	699	705	712	719	5 3,0
1,541	726	732	739	746	752	759	766	772	779	786	6 3,6
1,542	792	799	806	812	819	825	832	839	845	852	7 4,2
1,543	859	865	872	879	885	892	899	905	912	917	8 4,8
1,544	925	932	938	945	952	958	965	972	978	985	9 5,4
n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.

Logarithmen von $\frac{n^2-1}{n^2+2}$ $n = 1{,}5450$ bis $1{,}5799$

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.
1,545	49 991	998	*005	*011	018*	*024	*031	*038	*044	*051	
1,546	50 058	064	071	077	084	091	097	104	110	117	
1,547	124	130	137	143	150	156	163	170	176	183	
1,548	189	196	202	209	216	222	229	236	242	249	
1,549	255	261	268	275	281	288	294	301	307	314	
1,550	320	327	333	340	347	353	360	366	373	379	
1,551	386	392	399	405	412	418	425	431	438	444	
1,552	451	457	464	470	477	483	490	496	503	509	7
1,553	516	522	529	535	542	548	555	561	568	574	1 0,7
1,554	581	587	594	600	607	613	620	626	633	640	2 1,4
											3 2,1
											4 2,8
1,555	646	652	659	665	671	678	684	691	697	704	5 3,5
1,556	710	717	723	730	736	742	749	755	762	768	6 4,2
1,557	775	781	788	794	800	807	813	820	826	833	7 4,9
1,558	839	845	852	858	865	871	878	884	890	897	8 5,6
1,559	903	910	916	922	929	935	942	948	955	961	9 6,3
1,560	967	974	980	986	993	999	*006	*012	*018	*025	
1,561	51 031	037	044	050	057	063	069	076	082	088	
1,562	095	101	108	114	120	127	133	139	146	152	
1,563	158	165	171	177	184	190	196	203	209	216	
1,564	222	228	235	241	247	254	260	266	273	279	
1,565	285	292	298	304	311	317	323	330	336	342	
1,566	348	355	361	367	374	380	386	392	399	405	6
1,567	411	418	424	430	437	443	449	455	462	468	1 0,6
1,568	474	481	486	492	499	506	512	518	524	531	2 1,2
1,569	537	543	550	556	562	568	575	581	587	593	3 1,8
											4 2,4
											5 3,0
1,570	600	606	612	618	625	631	637	643	650	656	6 3,6
1,571	662	668	675	681	687	693	700	706	712	718	7 4,2
1,572	725	731	737	743	749	756	762	768	774	781	8 4,8
1,573	787	793	799	805	812	818	824	830	836	843	9 5,4
1,574	849	855	861	867	874	880	886	892	898	905	
1,575	911	917	923	929	935	942	948	954	960	966	
1,576	972	979	985	991	997	*003	*009	*016	*022	*028	
1,577	52 034	040	046	052	059	065	071	077	083	089	
1,578	096	102	108	114	120	126	132	139	145	151	
1,579	157	163	169	175	182	188	194	200	206	212	
n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.

Logarithmen von $\frac{n^2-1}{n^2+2}$ $n = 1{,}5800$ bis $1{,}6149$

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.
1,580	52 218	224	231	237	243	249	255	261	267	273	
1,581	279	286	292	298	304	310	316	322	328	334	
1,582	340	346	353	359	365	371	377	383	389	395	
1,583	401	407	413	420	426	432	438	444	450	456	7
1,584	462	468	474	480	486	492	498	504	510	517	1 0,7
1,585	523	529	535	541	547	553	559	565	571	577	2 1,4
1,586	583	589	595	601	607	613	619	625	631	637	3 2,1
1,587	643	649	655	661	667	674	680	686	692	698	4 2,8
1,588	704	710	716	722	728	734	740	746	752	758	5 3,5
1,589	764	770	776	782	788	794	800	806	812	818	6 4,2
1,590	824	829	835	841	847	853	859	865	871	877	7 4,9
1,591	883	889	895	901	907	913	919	925	931	937	8 5,6
1,592	943	949	955	961	967	973	979	985	991	997	9 6,3
1,593	53 003	009	015	020	026	032	038	044	050	056	
1,594	062	068	074	080	086	092	098	104	110	115	6
1,595	121	127	133	139	145	151	157	163	169	175	1 0,6
1,596	181	187	192	198	204	210	216	222	228	234	2 1,2
1,597	240	245	251	257	263	269	275	281	287	293	3 1,8
1,598	299	304	310	316	322	328	334	340	346	351	4 2,4
1,599	357	363	369	375	381	387	392	398	404	410	5 3,0
1,600	416	422	428	433	439	445	451	457	463	469	6 3,6
1,601	475	480	486	492	498	504	510	515	521	527	7 4,2
1,602	533	539	545	551	556	562	568	574	580	585	8 4,8
1,603	591	597	603	609	615	620	626	632	638	644	9 5,4
1,604	649	655	661	667	673	678	684	690	696	702	
1,605	707	713	719	725	731	736	742	748	754	760	5
1,606	765	771	777	783	789	794	800	806	812	817	1 0,5
1,607	823	829	835	841	846	852	858	864	870	875	2 1,0
1,608	881	887	892	898	904	910	915	921	927	933	3 1,5
1,609	939	944	950	956	961	967	973	979	984	990	4 2,0
1,610	996	*002	*007	*013	*019	*025	*030	*036	*042	*047	5 2,5
1,611	54 053	059	065	070	076	082	088	093	099	105	6 3,0
1,612	110	116	122	128	133	139	145	150	156	162	7 3,5
1,613	168	173	179	185	190	196	202	207	213	219	8 4,0
1,614	225	230	236	242	247	253	259	264	270	276	9 4,5
n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.

Logarithmen von $\frac{n^2-1}{n^2+2}$ $n = 1{,}6150$ bis $1{,}6499$

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.
1,615	54 281	287	293	298	304	310	315	321	327	332	
1,616	338	344	349	355	361	366	372	378	383	389	
1,617	395	400	406	412	417	423	429	434	440	446	
1,618	451	457	462	468	474	479	485	491	496	502	
1,619	507	513	519	524	530	536	541	547	553	558	
1,620	564	569	575	581	586	592	598	603	609	614	
1,621	620	626	631	637	642	648	654	659	665	670	
1,622	676	682	687	693	698	704	710	715	721	726	6
1,623	732	737	743	749	754	760	765	771	777	782	1 0,6
1,624	788	793	799	804	810	815	821	827	832	837	2 1,2
1,625	843	849	854	860	866	871	877	882	888	893	3 1,8
1,626	899	904	910	916	921	927	932	938	943	949	4 2,4
1,627	954	960	965	971	976	982	987	993	999	*004	5 3,0
1,628	55 010	015	021	026	032	037	043	048	054	059	6 3,6
1,629	065	070	076	081	087	092	098	103	109	114	7 4,2
1,630	120	125	131	136	142	147	153	158	164	169	8 4,8
1,631	175	180	186	191	197	202	208	213	219	224	9 5,4
1,632	230	236	241	246	252	257	263	268	274	279	
1,633	285	290	296	301	306	312	317	323	328	334	
1,634	339	345	350	356	361	367	372	377	383	388	
1,635	394	399	405	400	416	421	426	432	437	443	
1,636	448	454	459	464	470	475	481	486	492	497	5
1,637	503	508	513	519	524	530	535	540	546	551	1 0,5
1,638	557	562	568	573	578	584	589	595	600	605	2 1,0
1,639	611	616	622	627	632	638	643	649	654	659	3 1,5
1,640	665	670	676	681	686	692	697	703	708	713	4 2,0
1,641	719	724	730	735	740	746	751	756	762	767	5 2,5
1,642	772	778	787	789	794	799	805	810	815	821	6 3,0
1,643	826	832	837	842	848	853	858	864	869	874	7 3,5
1,644	880	885	890	896	901	906	912	917	922	928	8 4,0
1,645	933	938	944	949	954	960	965	970	976	981	9 4,5
1,646	987	992	997	*002	*008	*013	*018	*024	*029	*034	
1,647	56 040	045	050	056	061	066	072	077	082	087	
1,648	093	098	103	109	114	119	125	130	135	141	
1,649	146	151	156	162	167	172	178	183	188	193	
n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.

Logarithmen von $\frac{n^2-1}{n^2+2}$ $n = 1{,}6500$ bis $1{,}6849$

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.
1,650	56 199	204	209	215	220	225	230	236	241	246	
1,651	252	257	262	267	273	278	283	288	294	299	
1,652	304	309	315	320	325	331	336	341	346	352	
1,653	357	362	367	373	378	383	388	394	399	404	6
1,654	409	415	420	425	430	435	441	446	451	456	1 0,6
1,655	462	467	472	477	483	488	493	498	503	509	2 1,2
1,656	514	519	524	530	535	540	545	550	556	561	3 1,8
1,657	566	571	577	582	587	592	597	603	608	613	4 2,4
1,658	618	623	629	634	639	644	649	654	660	665	5 3,0
1,659	670	676	681	686	691	696	701	707	712	717	6 3,6
1,660	722	727	732	738	743	748	753	758	764	769	7 4,2
1,661	774	779	784	789	795	800	805	810	815	820	8 4,8
1,662	825	831	836	841	846	851	856	862	868	872	9 5,4
1,663	877	882	887	892	898	903	908	913	918	923	
1,664	928	934	939	944	949	954	959	964	969	975	5
1,665	980	985	990	995	*000	*005	*010	*016	*021	*026	1 0,5
1,666	57 031	036	041	046	051	057	062	067	072	077	2 1,0
1,667	082	087	092	098	103	108	113	118	123	128	3 1,5
1,668	133	138	143	149	154	159	164	169	174	179	4 2,0
1,669	184	189	194	199	205	210	215	220	225	230	5 2,5
1,670	235	240	245	250	255	260	265	270	276	281	6 3,0
1,671	286	291	296	301	306	311	316	321	326	331	7 3,5
1,672	336	341	347	352	357	362	367	372	377	382	8 4,0
1,673	387	392	397	402	407	412	417	422	427	432	9 4,5
1,674	437	443	448	453	458	463	468	473	478	483	
1,675	488	493	498	503	508	513	518	523	528	533	4
1,676	538	543	548	553	558	563	568	573	578	583	1 0,4
1,677	588	593	598	603	608	613	618	623	628	633	2 0,8
1,678	638	643	648	653	658	663	668	673	678	683	3 1,2
1,679	688	693	698	703	708	713	718	723	728	733	4 1,6
1,680	738	743	748	753	758	763	768	773	778	783	5 2,0
1,681	788	793	798	803	808	813	818	823	828	833	6 2,4
1,682	837	842	847	852	857	862	867	872	877	882	7 2,8
1,683	887	892	897	902	907	912	917	922	927	932	8 3,2
1,684	937	942	946	951	956	961	966	971	976	981	9 5,6
n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.

Logarithmen von $\frac{n^2-1}{n^2+2}$ $n = 1{,}6850$ bis $1{,}7199$

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.
1,685	57 986	991	996	*001	*006	011	015	020	025	030	
1,686	58 035	040	045	050	055	060	065	070	075	079	
1,687	084	089	094	099	104	109	114	119	124	129	
1,688	133	138	143	148	153	158	163	168	173	178	
1,689	182	187	192	197	202	207	212	217	222	227	
1,690	231	236	241	246	251	256	261	266	270	275	
1,691	280	285	290	295	300	305	309	314	319	324	
1,692	329	334	339	344	348	353	358	363	368	373	5
1,693	378	382	387	392	397	402	407	412	416	421	1 0,5
1,694	426	431	436	441	446	450	455	460	465	470	2 1,0
1,695	474	479	484	489	494	499	504	508	513	518	3 1,5
1,696	523	528	532	537	542	547	552	557	561	566	4 2,0
1,697	571	576	581	586	590	595	600	605	610	614	5 2,5
1,698	619	624	629	634	638	643	648	653	658	663	6 3,0
1,699	667	672	677	682	687	691	696	701	706	711	7 3,5
1,700	715	720	725	730	734	739	744	749	754	758	8 4,0
1,701	763	768	773	778	782	787	792	797	801	806	9 4,5
1,702	811	816	821	825	830	835	840	844	849	853	
1,703	859	863	868	873	878	883	887	892	897	902	
1,704	906	911	916	921	926	930	935	940	945	949	
1,705	954	959	963	968	973	978	982	987	992	996	
1,706	59 001	006	011	015	020	025	030	034	039	043	4
1,707	049	053	058	063	067	072	077	082	086	091	1 0,4
1,708	096	101	105	110	115	119	124	129	134	138	2 0,8
1,709	143	148	152	157	162	167	171	176	181	185	3 1,2
1,710	190	195	200	204	209	214	218	223	228	232	4 1,6
1,711	237	242	246	251	256	261	265	270	275	279	5 2,0
1,712	284	289	293	298	303	307	312	317	321	326	6 2,4
1,713	331	335	340	345	349	354	359	363	368	373	7 2,8
1,714	377	382	387	391	396	401	405	410	415	419	8 3,2
1,715	424	429	433	438	443	447	452	457	461	466	9 3,6
1,716	471	475	480	485	489	494	499	503	508	512	
1,717	517	522	526	531	536	540	545	550	554	559	
1,718	563	568	573	577	582	587	591	596	601	605	
1,719	610	614	619	624	628	633	638	642	647	651	
n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.

Sachregister.

Abbe-Refraktometer 51.
Absorption, optische 5.
— von Aceton 7.
— — Benzol 7.
— — Fuchsin 6.
— — Gruppen 6. 7.
— — Schwefelkohlenstoff 7.
— — Wasser 7.
Additivität 79.
Änderung der Brechungsindices mit der Temperatur 76. 86.
— der Dichte mit der Temperatur 71. 75.
Atomgewichte 127 (Tab.).
Atomrefraktionen 79. 84. 87. 128 (Tab.).
— deren Ableitung 80.
Aufkitten 61.
Ausdehnungskoëffizient des Glases 70. 72.
Axialklemme 28.

Benzol, Brechungsindices 86 (Tab.).
Berechnung der Dichte 67.
Bestimmung der Brechungsindices 19. 33. 34. 42. 58.
— — Dichte 71. 73.
Blenden 11. 22.
Brechungsexponent, absoluter 1.
— dispersionsfreier 4. 78.
— Grenzen der üblichen 2.

Cauchysche Formel 78.

Depression, optische 83. 88.
Dichte, Bestimmung der 65. 71.
— — — bei höherer Temperatur 73.
Differenzmessung, Beispiel 52.
Differenzmethoden 49. 99.
Differenzprismen 49. 99.
— Nachtrag hierzu 77.
Differenzrefraktometer nach Ostwald 52. 53.
Dispersion 3. 12. 79.
— anomale 5.
— der Prismen 25. 41. 49. 71.
Dispersion, Ursache 3.
— Zahlenwerte 4. 7.
Doppeltrog nach Hallwachs 52. 54.
Dreiring 83.

Eichung eines Pyknometers 65. 69 (Tab.).
— — Refraktometers 20. 86.
Einfluß der Temperatur auf den Brechungsindex des Prismas 36. 37 (Tab.).
Eintauchrefraktometer 47.
Exaltation 81. 91.
— spezifische 84. 92.
— Störung der 83. 88.

Fehlergrenzen für Brechungsindices 85.
— — Dichte 86.
— — Molekularrefraktion u. -dispersion 87.
Feste Körper, Brechungsindices 101.

Geissler-Röhre 24. 59.
Genauigkeit der Instrumente 40. 51. 55. 85.
Gesetzmäßigkeiten, optische 81.
Götze-Röhre 43. 59.
Gruppenwerte 81. 88. 131 (Tab.).

Hallwachs-Trog 54.
Heizkörper 26. 56.
Heterocyclische Systeme 83.
Hilger-Refraktometer 48.

Inkrement für Äthylenbindung 80.
— — Acetylenbindung 80.
— — Dreiring 83.
— — die Gruppe CH_2 80.
— — semicyclische Doppelbindung 84.
— — Vierring 83.
Interferometer nach Löwe 55.

Konjugation u. Exaltation 81.
— gehäufte und gekreuzte 82. 83.
— von Nebenvalenzen 83.

Konjugationswerte 81. 84.
Konstitutionsbestimmungen 79. 94.
Kumulierte Doppelbindungen 82.

Lichtquellen 59.
Lösungen 99.

Maximum des Brechungsindex 5.
Mikrometerschraube 30.
Minimum des Brechungsindex, optisches 5.
Mischungsregel 99.
Monobromnaphtalin, Brechungsindices 43.
— als Zwischenflüssigkeit 32. 42.

Nachwirkung, thermische 73.
Natriumbrenner 43. 60.
Neutral konjugiert 82.
Nonius 18.
Normalwerte 84.
Nullpunktskontrolle bei dem großen Pulfrich 28. 33.
— — Thermometern 75.

Optisch normal — optisch anomal 80. 81.

Polymerisation 99.
Praktische Winke 98.
Prismen des Pulfrich-Apparates 12.
— verschiedene 25.
Pyknometer 63. 64.
— Bad 65.
— Eichung eines 65 (Tab.).
— Konstante 68.

Reduktion von d_4^t aufs Vacuum 67.
Reflexionsprisma 10.
Refraktion, molekulare 3.
— spezifische 3.
Refraktionskonstante 77.
Refraktometer nach Heele 38.
— Nachtrag hierzu 76.
Refraktometer nach Pulfrich, kleines 16.
— — — großes (Neukonstruktion) 22.
—, weitere Konstruktionen 47. 48. 49.
Refraktometrie, Prinzip der 8.
Reinigung von Prisma u. Trog 20. 25.
Ringschluß 96.
Ringstruktur 83. 96.

Schaltung für Geissler-Röhre 59.
Schwebemethode, optische 102.
Semicyclische Doppelbindung 84. 95.
Spektrochemie 80.
Spezifisches Gewicht 62. 63.
Stickstoff, Atomrefraktionen 84.
Störung einer Konjugation 81. 88 Anm.
Streifender Eintritt 8.

Temperaturkoëffizient des Brechungsvermögens 76.
— von Prismen 37. 41. 45.
— der Pyknometerkonstante 72.
Theoretische Werte 79.
Totalreflexion 10.
Toter Gang 31.
Trog nach Heele 41.
— — Pulfrich 16. 25. 61.

Verbrennungswärmen 2.
Vierring 83.

Wahl der Prismen (Pulfrich) 25. 33. 99.
Wasser, abnormes Verhalten 76.
— Brechungsexponenten 20. 86 (Tab.).

Zahlenbeispiel für den Apparat nach Heele 46.
— — den gr. Pulfrich 18.
— — — kl. Pulfrich 33.
— völliges (gr. Pulfrich) 96.
Zwischenflüssigkeiten 32. 42. 101.

N244

de

aller vierz

Roth u. Eisen

Die fünfziffrigen Mantissen

zu den

dekadischen Logarithmen

aller vierziffrigen Zahlen von 1000—9999 mit Proportionalteilen, für beliebige Numeri.

N.	L.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
100	00	000	043	087	130	173	217	260	303	346	389
101		432	475	518	561	604	647	689	732	775	817
102		860	903	945	988	*030	*072	*115	*157	*199	*242
103	01	284	326	368	410	452	494	536	578	620	662
104		703	745	787	828	870	912	953	995	*036	*078
105	02	119	160	202	243	284	325	366	407	449	490
106		531	572	612	653	694	735	776	816	857	898
107		938	979	*019	*060	*100	*141	*181	*222	*262	*302
108	03	342	383	423	463	503	543	583	623	663	703
109		743	782	822	862	902	941	981	*021	*060	*100
110	04	139	179	218	258	297	336	376	415	454	493
111		532	571	610	650	689	727	766	805	844	883
112		922	961	999	*038	*077	*115	*154	*192	*231	*269
113	05	308	346	385	423	461	500	538	576	614	652
114		690	729	767	805	843	881	918	956	994	*032
115	06	070	108	145	183	221	258	296	333	371	408
116		446	483	521	558	595	633	670	707	744	781
117		819	856	893	930	967	*004	*041	*078	*115	*151
118	07	188	225	262	298	335	372	408	445	482	518
119		555	591	628	664	700	737	773	809	846	882
120		918	954	990	*027	*063	*099	*135	*171	*207	*243
121	08	279	314	350	386	422	458	493	529	565	600
122		636	672	707	743	778	814	849	884	920	955
123		991	*026	*061	*096	*132	*167	*202	*237	*272	*307
124	09	342	377	412	447	482	517	552	587	621	656
125		691	726	760	795	830	864	899	934	968	*003
126	10	037	072	106	140	175	209	243	278	312	346
127		380	415	449	483	517	551	585	619	653	687
128		721	755	789	823	857	890	924	958	992	*025
129	11	059	093	126	160	193	227	261	294	327	361
130		394	428	461	494	528	561	594	628	661	694
131		727	760	793	826	860	893	926	959	992	*024
132	12	057	090	123	156	189	222	254	287	320	352
133		385	418	450	483	516	548	581	613	646	678
134		710	743	775	808	840	872	905	937	969	*001
N.	L.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

P. P.			
	44	43	42
1	4,4	4,3	4,2
2	8,8	8,6	8,4
3	13,2	12,9	12,6
4	17,6	17,2	16,8
5	22,0	21,5	21,0
6	26,4	25,8	25,2
7	30,8	30,1	29,4
8	35,2	34,4	33,6
9	39,6	38,7	37,8
	41	40	39
1	4,1	4,0	3,9
2	8,2	8,0	7,8
3	12,3	12,0	11,7
4	16,4	16,0	15,6
5	20,5	20,0	19,5
6	24,6	24,0	23,4
7	28,7	28,0	27,3
8	32,8	32,0	31,2
9	36,9	36,0	35,1
	38	37	36
1	3,8	3,7	3,6
2	7,6	7,4	7,2
3	11,4	11,1	10,8
4	15,2	14,8	14,4
5	19,0	18,5	18,0
6	22,8	22,2	21,6
7	26,6	25,9	25,2
8	30,4	29,6	28,8
9	34,2	33,3	32,4
	35	34	33
1	3,5	3,4	3,3
2	7,0	6,8	6,6
3	10,5	10,2	9,9
4	14,0	13,6	13,2
5	17,5	17,0	16,5
6	21,0	20,4	19,8
7	24,5	23,8	23,1
8	28,0	27,2	26,4
9	31,5	30,6	29,7

P. P.

N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
135	13 033	066	098	130	162	194	226	258	290	322
136	354	386	418	450	481	513	545	577	609	640
137	672	704	735	767	799	830	862	893	925	956
138	988*	019*	051*	082*	114	*145*	176*	208*	239*	270
139	14 301	333	364	395	426	457	489	520	551	582
140	613	644	675	706	737	768	799	829	860	891
141	922	953	983*	014*	045	*076*	106*	137*	168*	198
142	15 229	259	290	320	351	381	412	442	473	503
143	534	564	594	625	655	685	715	746	776	806
144	836	866	897	927	957	987*	017*	047*	077*	107
145	16 137	167	197	227	256	286	316	346	376	406
146	435	465	495	524	554	584	613	643	673	702
147	732	761	791	820	850	879	909	938	967	997
148	17 026	056	085	114	143	173	202	231	260	289
149	319	348	377	406	435	464	493	522	551	580
150	609	638	667	696	725	754	782	811	840	869
151	898	926	955	984*	013	*041*	070*	099*	127*	156
152	18 184	213	241	270	298	327	355	384	412	441
153	469	498	526	554	583	611	639	667	696	724
154	752	780	808	837	865	893	921	949	977*	005
155	19 033	061	089	117	145	173	201	229	257	285
156	312	340	368	396	424	451	479	507	535	562
157	590	618	645	673	700	728	756	783	811	838
158	866	893	921	948	976	*003*	030*	058*	085*	112
159	20 140	167	194	222	249	276	303	330	358	385
160	412	439	466	493	520	548	575	602	629	656
161	683	710	737	763	790	817	844	871	898	925
162	952	978*	005*	032*	059	*085*	112*	139*	165*	192
163	21 219	245	272	299	325	352	378	405	431	458
164	484	511	537	564	590	617	643	669	696	722
165	748	775	801	827	854	880	906	932	958	985
166	22 011	037	063	089	115	141	167	194	220	246
167	272	298	324	350	376	401	427	453	479	505
168	531	557	583	608	634	660	686	712	737	763
169	789	814	840	866	891	917	943	968	994*	019
N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

P. P.		
	32	31
1	3,2	3,1
2	6,4	6,2
3	9,6	9,3
4	12,8	12,4
5	16,0	15,5
6	19,2	18,6
7	22,4	21,7
8	25,6	24,8
9	28,8	27,9
	30	29
1	3,0	2,9
2	6,0	5,8
3	9,0	8,7
4	12,0	11,6
5	15,0	14,5
6	18,0	17,4
7	21,0	20,3
8	24,0	23,2
9	27,0	26,1
	28	27
1	2,8	2,7
2	5,6	5,4
3	8,4	8,1
4	11,2	10,8
5	14,0	13,5
6	16,8	16,2
7	19,6	18,9
8	22,4	21,6
9	25,2	24,3
	26	
1	2,6	
2	5,2	
3	7,8	
4	10,4	
5	13,0	
6	15,6	
7	18,2	
8	20,8	
9	23,4	

N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
170	**23** 045	070	096	121	147	172	198	223	249	274
171	300	325	350	376	401	426	452	477	502	528
172	553	578	603	629	654	679	704	729	754	**779**
173	805	830	855	880	905	930	955	980	*005	*030
174	24 055	080	105	130	155	180	204	229	254	279
175	304	329	353	378	403	428	452	477	502	527
176	551	576	601	625	650	674	699	724	748	773
177	797	822	846	871	895	920	944	969	993	*018
178	**25** 042	066	091	115	139	164	188	212	237	261
179	285	310	334	358	382	406	431	455	479	503
180	527	551	575	600	624	648	672	696	720	744
181	768	792	816	840	864	888	912	935	959	983
182	26 007	031	055	079	102	126	150	174	198	221
183	245	269	293	316	340	364	387	411	435	458
184	482	505	529	553	576	600	623	647	670	694
185	717	741	764	788	811	834	858	881	905	928
186	951	975	998	*021	*045	*068	*091	*114	*138	*161
187	**27** 184	207	231	254	277	300	323	346	370	393
188	416	439	462	485	508	531	554	577	600	623
189	646	669	692	715	738	761	784	807	830	852
190	875	898	921	944	967	989	*012	*035	*058	*081
191	**28** 103	126	149	171	194	217	240	262	285	307
192	330	353	375	398	421	443	466	488	511	533
193	556	578	601	623	646	668	691	713	735	758
194	780	803	825	847	870	892	914	937	959	981
195	**29** 003	026	048	070	092	115	137	159	181	203
196	226	248	270	292	314	336	358	380	403	425
197	447	469	491	513	535	557	579	601	623	645
198	667	688	710	732	754	776	798	820	842	863
199	885	907	929	951	973	994	*016	*038	*060	*081
200	**30** 103	125	146	168	190	211	233	255	276	298
201	320	341	363	384	406	428	449	471	492	514
202	535	557	578	600	621	643	664	685	707	728
203	750	771	792	814	835	856	878	899	920	942
204	963	984	*006	*027	*048	*069	*091	*112	*133	*154
N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

P. P.		
	26	25
1	2,6	2,5
2	5,2	5,0
3	7,8	7,5
4	10,4	10,0
5	13,0	12,5
6	15,6	15,0
7	18,2	17,5
8	20,8	20,0
9	23,4	22,5

	24	23
1	2,4	2,3
2	4,8	4,6
3	7,2	6,9
4	9,6	9,2
5	12,0	11,5
6	14,4	13,8
7	16,8	16,1
8	19,2	18,4
9	21,6	20,7

	22	21
1	2,2	2,1
2	4,4	4,2
3	6,6	6,3
4	8,8	8,4
5	11,0	10,5
6	13,2	12,6
7	15,4	14,7
8	17,6	16,8
9	19,8	18,9

N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
205	31 175	197	218	239	260	281	302	323	345	366
206	387	408	429	450	471	492	513	534	555	576
207	597	618	639	660	681	702	723	744	765	785
208	806	827	848	869	890	911	931	952	973	994
209	32 015	035	056	077	098	118	139	160	181	201
210	222	243	263	284	305	325	346	366	387	408
211	428	449	469	490	510	531	552	572	593	613
212	634	654	675	695	715	736	756	777	797	818
213	838	858	879	899	919	940	960	980*001	*021	
214	33 041	062	082	102	122	143	163	183	203	224
215	244	264	284	304	325	345	365	385	405	425
216	445	465	486	506	526	546	566	586	606	626
217	646	666	686	706	726	746	766	786	806	826
218	846	866	885	905	925	945	965	985*005	*025	
219	34 044	064	084	104	124	143	163	183	203	223
220	242	262	282	301	321	341	361	380	400	420
221	439	459	479	498	518	537	557	577	596	616
222	635	655	674	694	713	733	753	772	792	811
223	830	850	869	889	908	928	947	967	986*005	
224	35 025	044	064	083	102	122	141	160	180	199
225	218	238	257	276	295	315	334	353	372	392
226	411	430	449	468	488	507	526	545	564	583
227	603	622	641	660	679	698	717	736	755	774
228	793	813	832	851	870	889	908	927	946	965
229	984*003	*021	*040	*059		*078	*097	*116	*135	*154
230	36 173	192	211	229	248	267	286	305	324	342
231	361	380	399	418	436	455	474	493	511	530
232	549	568	586	605	624	642	661	680	698	717
233	736	754	773	791	810	829	847	866	884	903
234	922	940	959	977	996	*014	*033	*051	*070	*088
235	37 107	125	144	162	181	199	218	236	254	273
236	291	310	328	346	365	383	401	420	438	457
237	475	493	511	530	548	566	585	603	621	639
238	658	676	694	712	731	749	767	785	803	822
239	840	858	876	894	912	931	949	967	985*003	

N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

P. P.	
	21
1	2,1
2	4,2
3	6,3
4	8,4
5	10,5
6	12,6
7	14,7
8	16,8
9	18,9
	20
1	2,0
2	4,0
3	6,0
4	8,0
5	10,0
6	12,0
7	14,0
8	16,0
9	18,0
	19
1	1,9
2	3,8
3	5,7
4	7,6
5	9,5
6	11,4
7	13,3
8	15,2
9	17,1
	18
1	1,8
2	3,6
3	5,4
4	7,2
5	9,0
6	10,8
7	12,6
8	14,4
9	16,2

P. P.

N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.
240	38 021	039	057	075	093	112	130	148	166	184	
241	202	220	238	256	274	292	310	328	346	364	19
242	382	399	417	435	453	471	489	507	525	543	1 1,9
243	561	578	596	614	632	650	668	686	703	721	2 3,8
244	739	757	775	792	810	828	846	863	881	899	3 5,7
245	917	934	952	970	987	*005	*023	*041	*058	*076	4 7,6
246	39 094	111	129	146	164	182	199	217	235	252	5 9,5
247	270	287	305	322	340	358	375	393	410	428	6 11,4
248	445	463	480	498	515	533	550	568	585	602	7 13,3
249	620	637	655	672	690	707	724	742	759	777	8 15,2
250	794	811	829	846	863	881	898	915	933	950	9 17,1
251	967	985	*002	*019	*037	*054	*071	*088	*106	*123	18
252	40 140	157	175	192	209	226	243	261	278	295	1 1,8
253	312	329	346	364	381	398	415	432	449	466	2 3,6
254	483	500	518	535	552	569	586	603	620	637	3 5,4
255	654	671	688	705	722	739	756	773	790	807	4 7,2
256	824	841	858	875	892	909	926	943	960	976	5 9,0
257	993	*010	*027	*044	*061	*078	*095	*111	*128	*145	6 10,8
258	41 162	179	196	212	229	246	263	280	296	313	7 12,6
259	330	347	363	380	397	414	430	447	464	481	8 14,4
260	497	514	531	547	564	581	597	614	631	647	9 16,2
261	664	681	697	714	731	747	764	780	797	814	17
262	830	847	863	880	896	913	929	946	963	979	1 1,7
263	996	*012	*029	*045	*062	*078	*095	*111	*127	*144	2 3,4
264	42 160	177	193	210	226	243	259	275	292	308	3 5,1
265	325	341	357	374	390	406	423	439	455	472	4 6,8
266	488	504	521	537	553	570	586	602	619	635	5 8,5
267	651	667	684	700	716	732	749	765	781	797	6 10,2
268	813	830	846	862	878	894	911	927	943	959	7 11,9
269	975	991	*008	*024	*040	*056	*072	*088	*104	*120	8 13,6
270	43 136	152	169	185	201	217	233	249	265	281	9 15,3
271	297	313	329	345	361	377	393	409	425	441	16
272	457	473	489	505	521	537	553	569	584	600	1 1,6
273	616	632	648	664	680	696	712	727	743	759	2 3,2
274	775	791	807	823	838	854	870	886	902	917	3 4,8
											4 6,4
											5 8,0
											6 9,6
											7 11,2
											8 12,8
											9 14,4
N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.

N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.
275	43 933	949	965	981	996	*012	*028	*044	*059	*075	16
276	44 091	107	122	138	154	170	185	201	217	232	1 1,6
277	248	264	279	295	311	326	342	358	373	389	2 3,2
278	404	420	436	451	467	483	498	514	529	545	3 4,8
279	560	576	592	607	623	638	654	669	685	700	4 6,4
280	716	731	747	762	778	793	809	824	840	855	5 8,0
281	871	886	902	917	932	948	963	979	994	*010	6 9,6
282	45 025	040	056	071	086	102	117	133	148	163	7 11,2
283	179	194	209	225	240	255	271	286	301	317	8 12,8
284	332	347	362	378	393	408	423	439	454	469	9 14,4
285	484	500	515	530	545	561	576	591	606	621	
286	637	652	667	682	697	712	728	743	758	773	
287	788	803	818	834	849	864	879	894	909	924	
288	939	954	969	984	*000	*015	*030	*045	*060	*075	
289	46 090	105	120	135	150	165	180	195	210	225	15
290	240	255	270	285	300	315	330	345	359	374	1 1,5
291	389	404	419	434	449	464	479	494	509	523	2 3,0
292	538	553	568	583	598	613	627	642	657	672	3 4,5
293	687	702	716	731	746	761	776	790	805	820	4 6,0
294	835	850	864	879	894	909	923	938	953	967	5 7,5
295	982	997	*012	*026	*041	*056	*070	*085	*100	*114	6 9,0
296	47 129	144	159	173	188	202	217	232	246	261	7 10,5
297	276	290	305	319	334	349	363	378	392	407	8 12,0
298	422	436	451	465	480	494	509	524	538	553	9 13,5
299	567	582	596	611	625	640	654	669	683	698	
300	712	727	741	756	770	784	799	813	828	842	
301	857	871	885	900	914	929	943	958	972	986	
302	48 001	015	029	044	058	073	087	101	116	130	14
303	144	159	173	187	202	216	230	244	259	273	1 1,4
304	287	302	316	330	344	359	373	387	401	416	2 2,8
305	430	444	458	473	487	501	515	530	544	558	3 4,2
306	572	586	601	615	629	643	657	671	686	700	4 5,6
307	714	728	742	756	770	785	799	813	827	841	5 7,0
308	855	869	883	897	911	926	940	954	968	982	6 8,4
309	996	*010	*024	*038	*052	*066	*080	*094	*108	*122	7 9,8
											8 11,2
											9 12,6
N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.

N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.
310	49 136	150	164	178	192	206	220	234	248	262	
311	276	290	304	318	332	346	360	374	388	402	
312	415	429	443	457	471	485	499	513	527	541	
313	554	568	582	596	610	624	638	651	665	679	
314	693	707	721	734	748	762	776	790	803	817	
315	831	845	859	872	886	900	914	927	941	955	
316	969	982	996*010	*024		*037	*051	*065	*079	*092	14
317	50 106	120	133	147	161	174	188	202	215	229	1 | 1,4
318	243	256	270	284	297	311	325	338	352	365	2 | 2,8
319	379	393	406	420	433	447	461	474	488	501	3 | 4,2
320	515	529	542	556	569	583	596	610	623	637	4 | 5,6
321	651	664	678	691	705	718	732	745	759	772	5 | 7,0
322	786	799	813	826	840	853	866	880	893	907	6 | 8,4
323	920	934	947	961	974	987	*001	*014	*028	*041	7 | 9,8
324	51 055	068	081	095	108	121	135	148	162	175	8 | 11,2
325	188	202	215	228	242	255	268	282	295	308	9 | 12,6
326	322	335	348	362	375	388	402	415	428	441	
327	455	468	481	495	508	521	534	548	561	574	
328	587	601	614	627	640	654	667	680	693	706	
329	720	733	746	759	772	786	799	812	825	838	
330	851	865	878	891	904	917	930	943	957	970	
331	983	996*009	*022	*035		*048	*061	*075	*088	*101	13
332	52 114	127	140	153	166	179	192	205	218	231	1 | 1,3
333	244	257	270	284	297	310	323	336	349	362	2 | 2,6
334	375	388	401	414	427	440	453	466	479	492	3 | 3,9
335	504	517	530	543	556	569	582	595	608	621	4 | 5,2
336	634	647	660	673	686	699	711	724	737	750	5 | 6,5
337	763	776	789	802	815	827	840	853	866	879	6 | 7,8
338	892	905	917	930	943	956	969	982	994*007		7 | 9,1
339	53 020	033	046	058	071	084	097	110	122	135	8 | 10,4
340	148	161	173	186	199	212	224	237	250	263	9 | 11,7
341	275	288	301	314	326	339	352	364	377	390	
342	403	415	428	441	453	466	479	491	504	517	
343	529	542	555	567	580	593	605	618	631	643	
344	656	668	681	694	706	719	732	744	757	769	
N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.

N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.
345	53 782	794	807	820	832	845	857	870	882	895	
346	908	920	933	945	958	970	983	995	*008	*020	13
347	54 033	045	058	070	083	095	108	120	133	145	1 1,3
348	158	170	183	195	208	220	233	245	258	270	2 2,6
349	283	295	307	320	332	345	357	370	382	394	3 3,9
350	407	419	432	444	456	469	481	494	506	518	4 5,2
351	531	543	555	568	580	593	605	617	630	642	5 6,5
352	654	667	679	691	704	716	728	741	753	765	6 7,8
353	777	790	802	814	827	839	851	864	876	888	7 9,1
354	900	913	925	937	949	962	974	986	998	*011	8 10,4
355	55 023	035	047	060	072	084	096	108	121	133	9 11,7
356	145	157	169	182	194	206	218	230	242	255	
357	267	279	291	303	315	328	340	352	364	376	
358	388	400	413	425	437	449	461	473	485	497	12
359	509	522	534	546	558	570	582	594	606	618	1 1,2
360	630	642	654	666	678	691	703	715	727	739	2 2,4
361	751	763	775	787	799	811	823	835	847	859	3 3,6
362	871	883	895	907	919	931	943	955	967	979	4 4,8
363	991	*003	*015	*027	*038	*050	*062	*074	*086	*098	5 6,0
364	56 110	122	134	146	158	170	182	194	205	217	6 7,2
365	229	241	253	265	277	289	301	312	324	336	7 8,4
366	348	360	372	384	396	407	419	431	443	455	8 9,6
367	467	478	490	502	514	526	538	549	561	573	9 10,8
368	585	597	608	620	632	644	656	667	679	691	
369	703	714	726	738	750	761	773	785	797	808	
370	820	832	844	855	867	879	891	902	914	926	
371	937	949	961	972	984	996	*008	*019	*031	*043	
372	57 054	066	078	089	101	113	124	136	148	159	11
373	171	183	194	206	217	229	241	252	264	276	1 1,1
374	287	299	310	322	334	345	357	368	380	392	2 2,2
375	403	415	426	438	449	461	473	484	496	507	3 3,3
376	519	530	542	553	565	576	588	600	611	623	4 4,4
377	634	646	657	669	680	692	703	715	726	738	5 5,5
378	749	761	772	784	795	807	818	830	841	852	6 6,6
379	864	875	887	898	910	921	933	944	955	967	7 7,7
											8 8,8
											9 9,9
N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.

N.	L.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.
380	57	978	990	*001	*013	*024	*035	*047	*058	*070	*081	
381	58	092	104	115	127	138	149	161	172	184	195	
382		206	218	229	240	252	263	274	286	297	309	
383		320	331	343	354	365	377	388	399	410	422	
384		433	444	456	467	478	490	501	512	524	535	
385		546	557	569	580	591	602	614	625	636	647	
386		659	670	681	692	704	715	726	737	749	760	12
387		771	782	794	805	816	827	838	850	861	872	1 1,2
388		883	894	906	917	928	939	950	961	973	984	2 2,4
389		995	*006	*017	*028	*040	*051	*062	*073	*084	*095	3 3,6
390	59	106	118	129	140	151	162	173	184	195	207	4 4,8
391		218	229	240	251	262	273	284	295	306	318	5 6,0
392		329	340	351	362	373	384	395	406	417	428	6 7,2
393		439	450	461	472	483	494	506	517	528	539	7 8,4
394		550	561	572	583	594	605	616	627	638	649	8 9,6
395		660	671	682	693	704	715	726	737	748	759	9 10,8
396		770	780	791	802	813	824	835	846	857	868	
397		879	890	901	912	923	934	945	956	966	977	
398		988	999	*010	*021	*032	*043	*054	*065	*076	*086	
399	60	097	108	119	130	141	152	163	173	184	195	
400		206	217	228	239	249	260	271	282	293	304	
401		314	325	336	347	358	369	379	390	401	412	11
402		423	433	444	455	466	477	487	498	509	520	1 1,1
403		531	541	552	563	574	584	595	606	617	627	2 2,2
404		638	649	660	670	681	692	703	713	724	735	3 3,3
405		746	756	767	778	788	799	810	821	831	842	4 4,4
406		853	863	874	885	895	906	917	927	938	949	5 5,5
407		959	970	981	991	*002	*013	*023	*034	*045	*055	6 6,6
408	61	066	077	087	098	109	119	130	140	151	162	7 7,7
409		172	183	194	204	215	225	236	247	257	268	8 8,8
410		278	289	300	310	321	331	342	352	363	374	9 9,9
411		384	395	405	416	426	437	448	458	469	479	
412		490	500	511	521	532	542	553	563	574	584	
413		595	606	616	627	637	648	658	669	679	690	
414		700	711	721	731	742	752	763	773	784	794	
N.	L.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.

N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.
415	61 805	815	826	836	847	857	868	878	888	899	
416	909	920	930	941	951	962	972	982	993	*003	11
417	62 014	024	034	045	055	066	076	086	097	107	1 1,1
418	118	128	138	149	159	170	180	190	201	211	2 2,2
419	221	232	242	252	263	273	284	294	304	315	3 3,3
420	325	335	346	356	366	377	387	397	408	418	4 4,4
421	428	439	449	459	469	480	490	500	511	521	5 5,5
422	531	542	552	562	572	583	593	603	613	624	6 6,6
423	634	644	655	665	675	685	696	706	716	726	7 7,7
424	737	747	757	767	778	788	798	808	818	829	8 8,8
425	839	849	859	870	880	890	900	910	921	931	9 9,9
426	941	951	961	972	982	992	*002	*012	*022	*033	
427	63 043	053	063	073	083	094	104	114	124	134	
428	144	155	165	175	185	195	205	215	225	236	
429	246	256	266	276	286	296	306	317	327	337	10
430	347	357	367	377	387	397	407	417	428	438	1 1,0
431	448	458	468	478	488	498	508	518	528	538	2 2,0
432	548	558	568	579	589	599	609	619	629	639	3 3,0
433	649	659	669	679	689	699	709	719	729	739	4 4,0
434	749	759	769	779	789	799	809	819	829	839	5 5,0
435	849	859	869	879	889	899	909	919	929	939	6 6,0
436	949	959	969	979	988	998	*008	*018	*028	*038	7 7,0
437	64 048	058	068	078	088	098	108	118	128	137	8 8,0
438	147	157	167	177	187	197	207	217	227	237	9 9,0
439	246	256	266	276	286	296	306	316	326	335	
440	345	355	365	375	385	395	404	414	424	434	
441	444	454	464	473	483	493	503	513	523	532	
442	542	552	562	572	582	591	601	611	621	631	9
443	640	650	660	670	680	689	699	709	719	729	1 0,9
444	738	748	758	768	777	787	797	807	816	826	2 1,8
445	836	846	856	865	875	885	895	904	914	924	3 2,7
446	933	943	953	963	972	982	992	*002	*011	*021	4 3,6
447	65 031	040	050	060	070	079	089	099	108	118	5 4,5
448	128	137	147	157	167	176	186	196	205	215	6 5,4
449	225	234	244	254	263	273	283	292	302	312	7 6,3
											8 7,2
											9 8,1
N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.

N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.
450	65 321	331	341	350	360	369	379	389	398	408	
451	418	427	437	447	456	466	475	485	495	504	
452	514	523	533	543	552	562	571	581	591	600	
453	610	619	629	639	648	658	667	677	686	696	
454	706	715	725	734	744	753	763	772	782	792	
455	801	811	820	830	839	849	858	868	877	887	
456	896	906	916	925	935	944	954	963	973	982	10
457	992*	001*	011*	020*	030	*039*	049*	058*	068*	077	1 1,0
458	66 087	096	106	115	124	134	143	153	162	172	2 2,0
459	181	191	200	210	219	229	238	247	257	266	3 3,0
460	276	285	295	304	314	323	332	342	351	361	4 4,0
461	370	380	389	398	408	417	427	436	445	455	5 5,0
462	464	474	483	492	502	511	521	530	539	549	6 6,0
463	558	567	577	586	596	605	614	624	633	642	7 7,0
464	652	661	671	680	689	699	708	717	727	736	8 8,0
465	745	755	764	773	783	792	801	811	820	829	9 9,0
466	839	848	857	867	876	885	894	904	913	922	
467	932	941	950	960	969	978	987	997*	006*	015	
468	67 025	034	043	052	062	071	080	089	099	108	
469	117	127	136	145	154	164	173	182	191	201	
470	210	219	228	237	247	256	265	274	284	293	
471	302	311	321	330	339	348	357	367	376	385	9
472	394	403	413	422	431	440	449	459	468	477	1 0,9
473	486	495	504	514	523	532	541	550	560	569	2 1,8
474	578	587	596	605	614	624	633	642	651	660	3 2,7
475	669	679	688	697	706	715	724	733	742	752	4 3,6
476	761	770	779	788	797	806	815	825	834	843	5 4,5
477	852	861	870	879	888	897	906	916	925	934	6 5,4
478	943	952	961	970	979	988	997*	006*	015*	024	7 6,3
479	68 034	043	052	061	070	079	088	097	106	115	8 7,2
480	124	133	142	151	160	169	178	187	196	205	9 8,1
481	215	224	233	242	251	260	269	278	287	296	
482	305	314	323	332	341	350	359	368	377	386	
483	395	404	413	422	431	440	449	458	467	476	
484	485	494	502	511	520	529	538	547	556	565	
N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.

N.	L.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.
485	68	574	583	592	601	610	619	628	637	646	655	
486		664	673	681	690	699	708	717	726	735	744	
487		753	762	771	780	789	797	806	815	824	833	
488		842	851	860	869	878	886	895	904	913	922	
489		931	940	949	958	966	975	984	993	*002	*011	
490	69	020	028	037	046	055	064	073	082	090	099	
491		108	117	126	135	144	152	161	170	179	188	9
492		197	205	214	223	232	241	249	258	267	276	1 0,9
493		285	294	302	311	320	329	338	346	355	364	2 1,8
494		373	381	390	399	408	417	425	434	443	452	3 2,7
495		461	469	478	487	496	504	513	522	531	539	4 3,6
496		548	557	566	574	583	592	601	609	618	627	5 4,5
497		636	644	653	662	671	679	688	697	705	714	6 5,4
498		723	732	740	749	758	767	775	784	793	801	7 6,3
499		810	819	827	836	845	854	862	871	880	888	8 7,2
500		897	906	914	923	932	940	949	958	966	975	9 8,1
501		984	992	*001	*010	*018	*027	*036	*044	*053	*062	
502	70	070	079	088	096	105	114	122	131	140	148	
503		157	165	174	183	191	200	209	217	226	234	
504		243	252	260	269	278	286	295	303	312	321	
505		329	338	346	355	364	372	381	389	398	406	
506		415	424	432	441	449	458	467	475	484	492	8
507		501	509	518	526	535	544	552	561	569	578	1 0,8
508		586	595	603	612	621	629	638	646	655	663	2 1,6
509		672	680	689	697	706	714	723	731	740	749	3 2,4
510		757	766	774	783	791	800	808	817	825	834	4 3,2
511		842	851	859	868	876	885	893	902	910	919	5 4,0
512		927	935	944	952	961	969	978	986	995	*003	6 4,8
513	71	012	020	029	037	046	054	063	071	079	088	7 5,6
514		096	105	113	122	130	139	147	155	164	172	8 6,4
515		181	189	198	206	214	223	231	240	248	257	9 7,2
516		265	273	282	290	299	307	315	324	332	341	
517		349	357	366	374	383	391	399	408	416	425	
518		433	441	450	458	466	475	483	492	500	508	
519		517	525	533	542	550	559	567	575	584	592	
N.	L.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.

N.	L.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.
520	71	600	609	617	625	634	642	650	659	667	675	
521		684	692	700	709	717	725	734	742	750	759	
522		767	775	784	792	800	809	817	825	834	842	
523		850	858	867	875	883	892	900	908	917	925	
524		933	941	950	958	966	975	983	991	999	*008	
525	72	016	024	032	041	049	057	066	074	082	090	
526		099	107	115	123	132	140	148	156	165	173	9
527		181	189	198	206	214	222	230	239	247	255	1 0,9
528		263	272	280	288	296	304	313	321	329	337	2 1,8
529		346	354	362	370	378	387	395	403	411	419	3 2,7
530		428	436	444	452	460	469	477	485	493	501	4 3,6
531		509	518	526	534	542	550	558	567	575	583	5 4,5
532		591	599	607	616	624	632	640	648	656	665	6 5,4
533		673	681	689	697	705	713	722	730	738	746	7 6,3
534		754	762	770	779	787	795	803	811	819	827	8 7,2
535		835	843	852	860	868	876	884	892	900	908	9 8,1
536		916	925	933	941	949	957	965	973	981	989	
537		997	*006	*014	*022	*030	*038	*046	*054	*062	*070	
538	73	078	086	094	102	111	119	127	135	143	151	
539		159	167	175	183	191	199	207	215	223	231	
540		239	247	255	263	272	280	288	296	304	312	
541		320	328	336	344	352	360	368	376	384	392	8
542		400	408	416	424	432	440	448	456	464	472	1 0,8
543		480	488	496	504	512	520	528	536	544	552	2 1,6
544		560	568	576	584	592	600	608	616	624	632	3 2,4
545		640	648	656	664	672	679	687	695	703	711	4 3,2
546		719	727	735	743	751	759	767	775	783	791	5 4,0
547		799	807	815	823	830	838	846	854	862	870	6 4,8
548		878	886	894	902	910	918	926	933	941	949	7 5,6
549		957	965	973	981	989	997	*005	*013	*020	*028	8 6,4
550	74	036	044	052	060	068	076	084	092	099	107	9 7,2
551		115	123	131	139	147	155	162	170	178	186	
552		194	202	210	218	225	233	241	249	257	265	
553		273	280	288	296	304	312	320	327	335	343	
554		351	359	367	374	382	390	398	406	414	421	
N.	L.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.

N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.
555	74 429	437	445	453	461	468	476	484	492	500	
556	507	515	523	531	539	547	554	562	570	578	
557	586	593	601	609	617	624	632	640	648	656	
558	663	671	679	687	695	702	710	718	726	733	
559	741	749	757	764	772	780	788	796	803	811	
560	819	827	834	842	850	858	865	873	881	889	
561	896	904	912	920	927	935	943	950	958	966	8
562	974	981	989	997	*005	*012	*020	*028	*035	*043	1 0,8
563	75 051	059	066	074	082	089	097	105	113	120	2 1,6
564	128	136	143	151	159	166	174	182	189	197	3 2,4
565	205	213	220	228	236	243	251	259	266	274	4 3,2
566	282	289	297	305	312	320	328	335	343	351	5 4,0
567	358	366	374	381	389	397	404	412	420	427	6 4,8
568	435	442	450	458	465	473	481	488	496	504	7 5,6
569	511	519	526	534	542	549	557	565	572	580	8 6,4
570	587	595	603	610	618	626	633	641	648	656	9 7,2
571	664	671	679	686	694	702	709	717	724	732	
572	740	747	755	762	770	778	785	793	800	808	
573	815	823	831	838	846	853	861	868	876	884	
574	891	899	906	914	921	929	937	944	952	959	
575	967	974	982	989	997	*005	*012	*020	*027	*035	
576	76 042	050	057	065	072	080	087	095	103	110	7
577	118	125	133	140	148	155	163	170	178	185	1 0,7
578	193	200	208	215	223	230	238	245	253	260	2 1,4
579	268	275	283	290	298	305	313	320	328	335	3 2,1
580	343	350	358	365	373	380	388	395	403	410	4 2,8
581	418	425	433	440	448	455	462	470	477	485	5 3,5
582	492	500	507	515	522	530	537	545	552	559	6 4,2
583	567	574	582	589	597	604	612	619	626	634	7 4,9
584	641	649	656	664	671	678	686	693	701	708	8 5,6
585	716	723	730	738	745	753	760	768	775	782	9 6,3
586	790	797	805	812	819	827	834	842	849	856	
587	864	871	879	886	893	901	908	916	923	930	
588	938	945	953	960	967	975	982	989	997	*004	
589	77 012	019	026	034	041	048	056	063	070	078	
N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.

N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.
590	77 085	093	100	107	115	122	129	137	144	151	
591	159	166	173	181	188	195	203	210	217	225	
592	232	240	247	254	262	269	276	283	291	298	
593	305	313	320	327	335	342	349	357	364	371	
594	379	386	393	401	408	415	422	430	437	444	
595	452	459	466	474	481	488	495	503	510	517	
596	525	532	539	546	554	561	568	576	583	590	8
597	597	605	612	619	627	634	641	648	656	663	1 0,8
598	670	677	685	692	699	706	714	721	728	735	2 1,6
599	743	750	757	764	772	779	786	793	801	808	3 2,4
600	815	822	830	837	844	851	859	866	873	880	4 3,2
601	887	895	902	909	916	924	931	938	945	952	5 4,0
602	960	967	974	981	988	996*003*010*017*025					6 4,8
603	78 032	039	046	053	061	068	075	082	089	097	7 5,6
604	104	111	118	125	132	140	147	154	161	168	8 6,4
605	176	183	190	197	204	211	219	226	233	240	9 7,2
606	247	254	262	269	276	283	290	297	305	312	
607	319	326	333	340	347	355	362	369	376	383	
608	390	398	405	412	419	426	433	440	447	455	
609	462	469	476	483	490	497	504	512	519	526	
610	533	540	547	554	561	569	576	583	590	597	
611	604	611	618	625	633	640	647	654	661	668	7
612	675	682	689	696	704	711	718	725	732	739	1 0,7
613	746	753	760	767	774	781	789	796	803	810	2 1,4
614	817	824	831	838	845	852	859	866	873	880	3 2,1
615	888	895	902	909	916	923	930	937	944	951	4 2,8
616	958	965	972	979	986	993*000*007*014*021					5 3,5
617	79 029	036	043	050	057	064	071	078	085	092	6 4,2
618	099	106	113	120	127	134	141	148	155	162	7 4,9
619	169	176	183	190	197	204	211	218	225	232	8 5,6
620	239	246	253	260	267	274	281	288	295	302	9 6,3
621	309	316	323	330	337	344	351	358	365	372	
622	379	386	393	400	407	414	421	428	435	442	
623	449	456	463	470	477	484	491	498	505	511	
624	518	525	532	539	546	553	560	567	574	581	
N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.

N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.
625	79 588	595	602	609	616	623	630	637	644	650	
626	657	664	671	678	685	692	699	706	713	720	
627	727	734	741	748	754	761	768	775	782	789	
628	796	803	810	817	824	831	837	844	851	858	
629	865	872	879	886	893	900	906	913	920	927	
630	934	941	948	955	962	969	975	982	989	996	
631	80 003	010	017	024	030	037	044	051	058	065	7
632	072	079	085	092	099	106	113	120	127	134	1 | 0,7
633	140	147	154	161	168	175	182	188	195	202	2 | 1,4
634	209	216	223	229	236	243	250	257	264	271	3 | 2,1
635	277	284	291	298	305	312	318	325	332	339	4 | 2,8
636	346	353	359	366	373	380	387	393	400	407	5 | 3,5
637	414	421	428	434	441	448	455	462	468	475	6 | 4,2
638	482	489	496	502	509	516	523	530	536	543	7 | 4,9
639	550	557	564	570	577	584	591	598	604	611	8 | 5,6
640	618	625	632	638	645	652	659	665	672	679	9 | 6,3
641	686	693	699	706	713	720	726	733	740	747	
642	754	760	767	774	781	787	794	801	808	814	
643	821	828	835	841	848	855	862	868	875	882	
644	889	895	902	909	916	922	929	936	943	949	
645	956	963	969	976	983	990	996	*003	*010	*017	
646	81 023	030	037	043	050	057	064	070	077	084	6
647	090	097	104	111	117	124	131	137	144	151	1 | 0,6
648	158	164	171	178	184	191	198	204	211	218	2 | 1,2
649	224	231	238	245	251	258	265	271	278	285	3 | 1,8
650	291	298	305	311	318	325	331	338	345	351	4 | 2,4
651	358	365	371	378	385	391	398	405	411	418	5 | 3,0
652	425	431	438	445	451	458	465	471	478	485	6 | 3,6
653	491	498	505	511	518	525	531	538	544	551	7 | 4,2
654	558	564	571	578	584	591	598	604	611	617	8 | 4,8
655	624	631	637	644	651	657	664	671	677	684	9 | 5,4
656	690	697	704	710	717	723	730	737	743	750	
657	757	763	770	776	783	790	796	803	809	816	
658	823	829	836	842	849	856	862	869	875	882	
659	889	895	902	908	915	921	928	935	941	948	
N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.

N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.
660	81 954	961	968	974	981	987	994*	000*	007*	014	
661	82 020	027	033	040	046	053	060	066	073	079	
662	086	092	099	105	112	119	125	132	138	145	
663	151	158	164	171	178	184	191	197	204	210	
664	217	223	230	236	243	249	256	263	269	276	
665	282	289	295	302	308	315	321	328	334	341	
666	347	354	360	367	373	380	387	393	400	406	7
667	413	419	426	432	439	445	452	458	465	471	1 0,7
668	478	484	491	497	504	510	517	523	530	536	2 1,4
669	543	549	556	562	569	575	582	588	595	601	3 2,1
670	607	614	620	627	633	640	646	653	659	666	4 2,8
671	672	679	685	692	698	705	711	718	724	730	5 3,5
672	737	743	750	756	763	769	776	782	789	795	6 4,2
673	802	808	814	821	827	834	840	847	853	860	7 4,9
674	866	872	879	885	892	898	905	911	918	924	8 5,6
675	930	937	943	950	956	963	969	975	982	988	9 6,3
676	995*	001*	008*	014*	020	*027	*033	*040	*046	*052	
677	83 059	065	072	078	085	091	097	104	110	117	
678	123	129	136	142	149	155	161	168	174	181	
679	187	193	200	206	213	219	225	232	238	245	
680	251	257	264	270	276	283	289	296	302	308	
681	315	321	327	334	340	347	353	359	366	372	6
682	378	385	391	398	404	410	417	423	429	436	1 0,6
683	442	448	455	461	467	474	480	487	493	499	2 1,2
684	506	512	518	525	531	537	544	550	556	563	3 1,8
685	569	575	582	588	594	601	607	613	620	626	4 2,4
686	632	639	645	651	658	664	670	677	683	689	5 3,0
687	696	702	708	715	721	727	734	740	746	753	6 3,6
688	759	765	771	778	784	790	797	803	809	816	7 4,2
689	822	828	835	841	847	853	860	866	872	879	8 4,8
690	885	891	897	904	910	916	923	929	935	942	9 5,4
691	948	954	960	967	973	979	985	992	998*	004	
692	84 011	017	023	029	036	042	048	055	061	067	
693	073	080	086	092	098	105	111	117	123	130	
694	136	142	148	155	161	167	173	180	186	192	
N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.

N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.
695	84 198	205	211	217	223	230	236	242	248	255	
696	261	267	273	280	286	292	298	305	311	317	
697	323	330	336	342	348	354	361	367	373	379	
698	386	392	398	404	410	417	423	429	435	442	
699	448	454	460	466	473	479	485	491	497	504	
700	510	516	522	528	535	541	547	553	559	566	
701	572	578	584	590	597	603	609	615	621	628	6
702	634	640	646	652	658	665	671	677	683	689	1 | 0,6
703	696	702	708	714	720	726	733	739	745	751	2 | 1,2
704	757	763	770	776	782	788	794	800	807	813	3 | 1,8
705	819	825	831	837	844	850	856	862	868	874	4 | 2,4
706	880	887	893	899	905	911	917	924	930	936	5 | 3,0
707	942	948	954	960	967	973	979	985	991	997	6 | 3,6
708	85 003	009	016	022	028	034	040	046	052	058	7 | 4,2
709	065	071	077	083	089	095	101	107	114	120	8 | 4,8
710	126	132	138	144	150	156	163	169	175	181	9 | 5,4
711	187	193	199	205	211	217	224	230	236	242	
712	248	254	260	266	272	278	285	291	297	303	
713	309	315	321	327	333	339	345	352	358	364	
714	370	376	382	388	394	400	406	412	418	425	
715	431	437	443	449	455	461	467	473	479	485	
716	491	497	503	509	516	522	528	534	540	546	5
717	552	558	564	570	576	582	588	594	600	606	1 | 0,5
718	612	618	625	631	637	643	649	655	661	667	2 | 1,0
719	673	679	685	691	697	703	709	715	721	727	3 | 1,5
720	733	739	745	751	757	763	769	775	781	788	4 | 2,0
721	794	800	806	812	818	824	830	836	842	848	5 | 2,5
722	854	860	866	872	878	884	890	896	902	908	6 | 3,0
723	914	920	926	932	938	944	950	956	962	968	7 | 3,5
724	974	980	986	992	998	*004	*010	*016	*022	*028	8 | 4,0
725	86 034	040	046	052	058	064	070	076	082	088	9 | 4,5
726	094	100	106	112	118	124	130	136	141	147	
727	153	159	165	171	177	183	189	195	201	207	
728	213	219	225	231	237	243	249	255	261	267	
729	273	279	285	291	297	303	308	314	320	326	
N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.

N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.
730	86 332	338	344	350	356	362	368	374	380	386	
731	392	398	404	410	415	421	427	433	439	445	
732	451	457	463	469	475	481	487	493	499	504	
733	510	516	522	528	534	540	546	552	558	564	
734	570	576	581	587	593	599	605	611	617	623	
735	629	635	641	646	652	658	664	670	676	682	
736	688	694	700	705	711	717	723	729	735	741	6
737	747	753	759	764	770	776	782	788	794	800	1 0,6
738	806	812	817	823	829	835	841	847	853	859	2 1,2
739	864	870	876	882	888	894	900	906	911	917	3 1,8
740	923	929	935	941	947	953	958	964	970	976	4 2,4
741	982	988	994	999*005		*011	*017	*023	*029	*035	5 3,0
742	87 040	046	052	058	064	070	075	081	087	093	6 3,6
743	099	105	111	116	122	128	134	140	146	151	7 4,2
744	157	163	169	175	181	186	192	198	204	210	8 4,8
745	216	221	227	233	239	245	251	256	262	268	9 5,4
746	274	280	286	291	297	303	309	315	320	326	
747	332	338	344	349	355	361	367	373	379	384	
748	390	396	402	408	413	419	425	431	437	442	
749	448	454	460	466	471	477	483	489	495	500	
750	506	512	518	523	529	535	541	547	552	558	
751	564	570	576	581	587	593	599	604	610	616	5
752	622	628	633	639	645	651	656	662	668	674	1 0,5
753	679	685	691	697	703	708	714	720	726	731	2 1,0
754	737	743	749	754	760	766	772	777	783	789	3 1,5
755	795	800	806	812	818	823	829	835	841	846	4 2,0
756	852	858	864	869	875	881	887	892	898	904	5 2,5
757	910	915	921	927	933	938	944	950	955	961	6 3,0
758	967	973	978	984	990	996*001	*007	*013	*018		7 3,5
759	88 024	030	036	041	047	053	058	064	070	076	8 4,0
760	081	087	093	098	104	110	116	121	127	133	9 4,5
761	138	144	150	156	161	167	173	178	184	190	
762	195	201	207	213	218	224	230	235	241	247	
763	252	258	264	270	275	281	287	292	298	304	
764	309	315	321	326	332	338	343	349	355	360	
N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.

N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.
765	88 366	372	377	383	389	395	400	406	412	417	
766	423	429	434	440	446	451	457	463	468	474	
767	480	485	491	497	502	508	513	519	525	530	
768	536	542	547	553	559	564	570	576	581	587	
769	593	598	604	610	615	621	627	632	638	643	
770	649	655	660	666	672	677	683	689	694	700	
771	705	711	717	722	728	734	739	745	750	756	6
772	762	767	773	779	784	790	795	801	807	812	1 | 0,6
773	818	824	829	835	840	846	852	857	863	868	2 | 1,2
774	874	880	885	891	897	902	908	913	919	925	3 | 1,8
775	930	936	941	947	953	958	964	969	975	981	4 | 2,4
776	986	992	997	*003	*009	*014	*020	*025	*031	*037	5 | 3,0
777	89 042	048	053	059	064	070	076	081	087	092	6 | 3,6
778	098	104	109	115	120	126	131	137	143	148	7 | 4,2
779	154	159	165	170	176	182	187	193	198	204	8 | 4,8
780	209	215	221	226	232	237	243	248	254	260	9 | 5,4
781	265	271	276	282	287	293	298	304	310	315	
782	321	326	332	337	343	348	354	360	365	371	
783	376	382	387	393	398	404	409	415	421	426	
784	432	437	443	448	454	459	465	470	476	481	
785	487	492	498	504	509	515	520	526	531	537	
786	542	548	553	559	564	570	575	581	586	592	5
787	597	603	609	614	620	625	631	636	642	647	1 | 0,5
788	653	658	664	669	675	680	686	691	697	702	2 | 1,0
789	708	713	719	724	730	735	741	746	752	757	3 | 1,5
790	763	768	774	779	785	790	796	801	807	812	4 | 2,0
791	818	823	829	834	840	845	851	856	862	867	5 | 2,5
792	873	878	883	889	894	900	905	911	916	922	6 | 3,0
793	927	933	938	944	949	955	960	966	971	977	7 | 3,5
794	982	988	993	998	*004	*009	*015	*020	*026	*031	8 | 4,0
795	90 037	042	048	053	059	064	069	075	080	086	9 | 4,5
796	091	097	102	108	113	119	124	129	135	140	
797	146	151	157	162	168	173	179	184	189	195	
798	200	206	211	217	222	227	233	238	244	249	
799	255	260	266	271	276	282	287	293	298	304	
N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.

N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.
800	90 309	314	320	325	331	336	342	347	352	358	
801	363	369	374	380	385	390	396	401	407	412	
802	417	423	428	434	439	445	450	455	461	466	
803	472	477	482	488	493	499	504	509	515	520	
804	526	531	536	542	547	553	558	563	569	574	
805	580	585	590	596	601	607	612	617	623	628	
806	634	639	644	650	655	660	666	671	677	682	6
807	687	693	698	703	709	714	720	725	730	736	1 0,6
808	741	747	752	757	763	768	773	779	784	789	2 1,2
809	795	800	806	811	816	822	827	832	838	843	3 1,8
810	849	854	859	865	870	875	881	886	891	897	4 2,4
811	902	907	913	918	924	929	934	940	945	950	5 3,0
812	956	961	966	972	977	982	988	993	998	*004	6 3,6
813	91 009	014	020	025	030	036	041	046	052	057	7 4,2
814	062	068	073	078	084	089	094	100	105	110	8 4,8
815	116	121	126	132	137	142	148	153	158	164	9 5,4
816	169	174	180	185	190	196	201	206	212	217	
817	222	228	233	238	243	249	254	259	265	270	
818	275	281	286	291	297	302	307	312	318	323	
819	328	334	339	344	350	355	360	365	371	376	
820	381	387	392	397	403	408	413	418	424	429	
821	434	440	445	450	455	461	466	471	477	482	5
822	487	492	498	503	508	514	519	524	529	535	1 0,5
823	540	545	551	556	561	566	572	577	582	587	2 1,0
824	593	598	603	609	614	619	624	630	635	640	3 1,5
825	645	651	656	661	666	672	677	682	687	693	4 2,0
826	698	703	709	714	719	724	730	735	740	745	5 2,5
827	751	756	761	766	772	777	782	787	793	798	6 3,0
828	803	808	814	819	824	829	834	840	845	850	7 3,5
829	855	861	866	871	876	882	887	892	897	903	8 4,0
830	908	913	918	924	929	934	939	944	950	955	9 4,5
831	960	965	971	976	981	986	991	997	*002	*007	
832	92 012	018	023	028	033	038	044	049	054	059	
833	065	070	075	080	085	091	096	101	106	111	
834	117	122	127	132	137	143	148	153	158	163	
N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.

N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.
835	92 169	174	179	184	189	195	200	205	210	215	
836	221	226	231	236	241	247	252	257	262	267	
837	273	278	283	288	293	298	304	309	314	319	
838	324	330	335	340	345	350	355	361	366	371	
839	376	381	387	392	397	402	407	412	418	423	
840	428	433	438	443	449	454	459	464	469	474	
841	480	485	490	495	500	505	511	516	521	526	6
842	531	536	542	547	552	557	562	567	572	578	1 0,6
843	583	588	593	598	603	609	614	619	624	629	2 1,2
844	634	639	645	650	655	660	665	670	675	681	3 1,8
845	686	691	696	701	706	711	716	722	727	732	4 2,4
846	737	742	747	752	758	763	768	773	778	783	5 3,0
847	788	793	799	804	809	814	819	824	829	834	6 3,6
848	840	845	850	855	860	865	870	875	881	886	7 4,2
849	891	896	901	906	911	916	921	927	932	937	8 4,8
850	942	947	952	957	962	967	973	978	983	988	9 5,4
851	993	998*	003*	008*	013	*018	*024	*029	*034	*039	
852	93 044	049	054	059	064	069	075	080	085	090	
853	095	100	105	110	115	120	125	131	136	141	
854	146	151	156	161	166	171	176	181	186	192	
855	197	202	207	212	217	222	227	232	237	242	
856	247	252	258	263	268	273	278	283	288	293	5
857	298	303	308	313	318	323	328	334	339	344	1 0,5
858	349	354	359	364	369	374	379	384	389	394	2 1,0
859	399	404	409	414	420	425	430	435	440	445	3 1,5
860	450	455	460	465	470	475	480	485	490	495	4 2,0
861	500	505	510	515	520	526	531	536	541	546	5 2,5
862	551	556	561	566	571	576	581	586	591	596	6 3,0
863	601	606	611	616	621	626	631	636	641	646	7 3,5
864	651	656	661	666	671	676	682	687	692	697	8 4,0
865	702	707	712	717	722	727	732	737	742	747	9 4,5
866	752	757	762	767	772	777	782	787	792	797	
867	802	807	812	817	822	827	832	837	842	847	
868	852	857	862	867	872	877	882	887	892	897	
869	902	907	912	917	922	927	932	937	942	947	
N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.

N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.
870	93 952	957	962	967	972	977	982	987	992	997	
871	94 002	007	012	017	022	027	032	037	042	047	
872	052	057	062	067	072	077	082	086	091	096	
873	101	106	111	116	121	126	131	136	141	146	
874	151	156	161	166	171	176	181	186	191	196	
875	201	206	211	216	221	226	231	236	240	245	
876	250	255	260	265	270	275	280	285	290	295	5
877	300	305	310	315	320	325	330	335	340	345	1 | 0,5
878	349	354	359	364	369	374	379	384	389	394	2 | 1,0
879	399	404	409	414	419	424	429	433	438	443	3 | 1,5
880	448	453	458	463	468	473	478	483	488	493	4 | 2,0
881	498	503	507	512	517	522	527	532	537	542	5 | 2,5
882	547	552	557	562	567	571	576	581	586	591	6 | 3,0
883	596	601	606	611	616	621	626	630	635	640	7 | 3,5
884	645	650	655	660	665	670	675	680	685	689	8 | 4,0
885	694	699	704	709	714	719	724	729	734	738	9 | 4,5
886	743	748	753	758	763	768	773	778	783	787	
887	792	797	802	807	812	817	822	827	832	836	
888	841	846	851	856	861	866	871	876	880	885	
889	890	895	900	905	910	915	919	924	929	934	
890	939	944	949	954	959	963	968	973	978	983	
891	988	993	998	*002	*007	*012	*017	*022	*027	*032	4
892	95 036	041	046	051	056	061	066	071	075	080	1 | 0,4
893	085	090	095	100	105	109	114	119	124	129	2 | 0,8
894	134	139	143	148	153	158	163	168	173	177	3 | 1,2
895	182	187	192	197	202	207	211	216	221	226	4 | 1,6
896	231	236	240	245	250	255	260	265	270	274	5 | 2,0
897	279	284	289	294	299	303	308	313	318	323	6 | 2,4
898	328	332	337	342	347	352	357	361	366	371	7 | 2,8
899	376	381	386	390	395	400	405	410	415	419	8 | 3,2
900	424	429	434	439	444	448	453	458	463	468	9 | 3,6
901	472	477	482	487	492	497	501	506	511	516	
902	521	525	530	535	540	545	550	554	559	564	
903	569	574	578	583	588	593	598	602	607	612	
904	617	622	626	631	636	641	646	650	655	660	
N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.

N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.
905	95 665	670	674	679	684	689	694	698	703	708	
906	713	718	722	727	732	737	742	746	751	756	
907	761	766	770	775	780	785	789	794	799	804	
908	809	813	818	823	828	832	837	842	847	852	
909	856	861	866	871	875	880	885	890	895	899	
910	904	909	914	918	923	928	933	938	942	947	
911	952	957	961	966	971	976	980	985	990	995	5
912	999	*004	*009	*014	*019	*023	*028	*033	*038	*042	1 0,5
913	96 047	052	057	061	066	071	076	080	085	090	2 1,0
914	095	099	104	109	114	118	123	128	133	137	3 1,5
915	142	147	152	156	161	166	171	175	180	185	4 2,0
916	190	194	199	204	209	213	218	223	227	232	5 2,5
917	237	242	246	251	256	261	265	270	275	280	6 3,0
918	284	289	294	298	303	308	313	317	322	327	7 3,5
919	332	336	341	346	350	355	360	365	369	374	8 4,0
920	379	384	388	393	398	402	407	412	417	421	9 4,5
921	426	431	435	440	445	450	454	459	464	468	
922	473	478	483	487	492	497	501	506	511	515	
923	520	525	530	534	539	544	548	553	558	562	
924	567	572	577	581	586	591	595	600	605	609	
925	614	619	624	628	633	638	642	647	652	656	
926	661	666	670	675	680	685	689	694	699	703	4
927	708	713	717	722	727	731	736	741	745	750	1 0,4
928	755	759	764	769	774	778	783	788	792	797	2 0,8
929	802	806	811	816	820	825	830	834	839	844	3 1,2
930	848	853	858	862	867	872	876	881	886	890	4 1,6
931	895	900	904	909	914	918	923	928	932	937	5 2,0
932	942	946	951	956	960	965	970	974	979	984	6 2,4
933	988	993	997	*002	*007	*011	*016	*021	*025	*030	7 2,8
934	97 035	039	044	049	053	058	063	067	072	077	8 3,2
935	081	086	090	095	100	104	109	114	118	123	9 3,6
936	128	132	137	142	146	151	155	160	165	169	
937	174	179	183	188	192	197	202	206	211	216	
938	220	225	230	234	239	243	248	253	257	262	
939	267	271	276	280	285	290	294	299	304	308	
N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.

N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.
940	97 313	317	322	327	331	336	340	345	350	354	
941	359	364	368	373	377	382	387	391	396	400	
942	405	410	414	419	424	428	433	437	442	447	
943	451	456	460	465	470	474	479	483	488	493	
944	497	502	506	511	516	520	525	529	534	539	
945	543	548	552	557	562	566	571	575	580	585	
946	589	594	598	603	607	612	617	621	626	630	5
947	635	640	644	649	653	658	663	667	672	676	1 | 0,5
948	681	685	690	695	699	704	708	713	717	722	2 | 1,0
949	727	731	736	740	745	749	754	759	763	768	3 | 1,5
950	772	777	782	786	791	795	800	804	809	813	4 | 2,0
951	818	823	827	832	836	841	845	850	855	859	5 | 2,5
952	864	868	873	877	882	886	891	896	900	905	6 | 3,0
953	909	914	918	923	928	932	937	941	946	950	7 | 3,5
954	955	959	964	968	973	978	982	987	991	996	8 | 4,0
955	98 000	005	009	014	019	023	028	032	037	041	9 | 4,5
956	046	050	055	059	064	068	073	078	082	087	
957	091	096	100	105	109	114	118	123	127	132	
958	137	141	146	150	155	159	164	168	173	177	
959	182	186	191	195	200	204	209	214	218	223	
960	227	232	236	241	245	250	254	259	263	268	
961	272	277	281	286	290	295	299	304	308	313	4
962	318	322	327	331	336	340	345	349	354	358	1 | 0,4
963	363	367	372	376	381	385	390	394	399	403	2 | 0,8
964	408	412	417	421	426	430	435	439	444	448	3 | 1,2
965	453	457	462	466	471	475	480	484	489	493	4 | 1,6
966	498	502	507	511	516	520	525	529	534	538	5 | 2,0
967	543	547	552	556	561	565	570	574	579	583	6 | 2,4
968	588	592	597	601	605	610	614	619	623	628	7 | 2,8
969	632	637	641	646	650	655	659	664	668	673	8 | 3,2
970	677	682	686	691	695	700	704	709	713	717	9 | 3,6
971	722	726	731	735	740	744	749	753	758	762	
972	767	771	776	780	784	789	793	798	802	807	
973	811	816	820	825	829	834	838	843	847	851	
974	856	860	865	869	874	878	883	887	892	896	
N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.

N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.
975	98 900	905	909	914	918	923	927	932	936	941	5
976	945	949	954	958	963	967	972	976	981	985	1 | 0,5
977	989	994	998	*003	*007	*012	*016	*021	*025	*029	2 | 1,0
978	99 034	038	043	047	052	056	061	065	069	074	3 | 1,5
979	078	083	087	092	096	100	105	109	114	118	4 | 2,0
980	123	127	131	136	140	145	149	154	158	162	5 | 2,5
981	167	171	176	180	185	189	193	198	202	207	6 | 3,0
982	211	216	220	224	229	233	238	242	247	251	7 | 3,5
983	255	260	264	269	273	277	282	286	291	295	8 | 4,0
984	300	304	308	313	317	322	326	330	335	339	9 | 4,5
985	344	348	352	357	361	366	370	374	379	383	
986	388	392	396	401	405	410	414	419	423	427	
987	432	436	441	445	449	454	458	463	467	471	
988	476	480	484	489	493	498	502	506	511	515	4
989	520	524	528	533	537	542	546	550	555	559	1 | 0,4
990	564	568	572	577	581	585	590	594	599	603	2 | 0,8
991	607	612	616	621	625	629	634	638	642	647	3 | 1,2
992	651	656	660	664	669	673	677	682	686	691	4 | 1,6
993	695	699	704	708	712	717	721	726	730	734	5 | 2,0
994	739	743	747	752	756	760	765	769	774	778	6 | 2,4
995	782	787	791	795	800	804	808	813	817	822	7 | 2,8
996	826	830	835	839	843	848	852	856	861	865	8 | 3,2
997	870	874	878	883	887	891	896	900	904	909	9 | 3,6
998	913	917	922	926	930	935	939	944	948	952	
999	957	961	965	970	974	978	983	987	991	996	
N.	L. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	P. P.